# ROTEIRO DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS DE FÍSICA III

PROF. DR. JOSÉ CARLOS ALVES PINHEIRO
ALAGOINHAS, 2017

# *Conteúdo*

Prefácio ..... 6

EXPERIMENTO 1 ..... 8

GERADOR DE VAN DER GRAAF – ESTUDO DAS CARGAS ELÉTRICAS ..... 8

1.1 Objetivos ..... 8

1.2 Material ..... 8

1.3 Descrição Experimental ..... 8

1.4 Atividades e Questões ..... 9

EXPERIMENTO 2 ..... 10

CAMPO ELÉTRICO E LEI DE GAUSS ..... 10

2.1 Objetivos ..... 10

2.2 Materiais ..... 10

2.3 Teoria do Experimento ..... 10

2.4 Descrição Experimental ..... 12

EXPERIMENTO 3 ..... 14

LINHAS EQUIPOTENCIAIS ..... 14

3.1 Objetivos ..... 14

3.2 Material ..... 14

3.3 Teoria do Experimento ..... 14

3.4 Atividades e Questões ..... 16

EXPERIMENTO 4 ..... 18

DENSIDADE DE CORRENTE E CORRENTE ELÉTRICA ..... 18

5.1 Objetivos ..... 18

5.2 Material ..... 18

5.3 Introdução ..... 18

5.4 Descrição Experimental ..... 19

5.5 Atividades e Questões ..... 19

EXPERIMENTO 5 ..... 20

LEI DE OHM E RESISTIVIDADE ELÉTRICA ..... 20

6.1 Objetivos ..... 20

6.2 Materiais ..... 20

6.3 Introdução ..... 20

6.4 Descrição Experimental ..... 21

6.5 Atividades e Questões ..... 21

EXPERIMENTO 6 ..... 22

MEDIDAS COM AMPERÍMETRO E VOLTÍMETRO (OPCIONAL) ..... 22

7.1 Objetivos ..... 22

7.2 Descrição ..... 22

7.3 Materiais ..... 22

7.4 Teoria do Experimento ..... 22

7.5 Atividades e Questões ..... 26

EXPERIMENTO 7 ..... 28

LEI DE KIRCHOFF E ASSOCIAÇÃO DE RESITORES ..... 28

8.1 Objetivos ..... 28

8.2 Descrição.....28

8.3 Material .....28

8.4 Teoria do Experimento.....28

8.5 Atividades e Questões.....29

EXPERIMENTO 8.....32

CONSTANTE DE TEMPO CAPACITIVA EM UM CIRCUITO RC .....32

9.1 Objetivos .....32

9.2 Equipamentos .....32

9.3 Introdução .....32

9.4 Descrição Experimental.....33

9.5 Atividades e Questões.....34

APÊNDICE A .....35

Métodos Dos Mínimos Quadrados .....35

A.1 Introdução .....35

A.2 Regressão Linear.....37

A.3 Erros .....39

A.4 Uso de microcomputador no registro e análise de dados experimentais .....40

APÊNDICE B.....41

Tabela com as Principais Constantes Físicas e Conversões

B.1 Constantes Físicas .....41

B.2 Relações de conversão de grandezas Físicas.....41

APÊNDICE C.....42

Orientações para Atividades de Laboratório .....42

C.1 O Modelo de Relatório.....42

Referências45

# Prefácio

Caros colegas professores e estudantes,

Este texto é o resultado de um projeto dos laboratórios didáticos de Física. Nos últimos anos sentiu-se uma necessidade de uma *uniformização* dos procedimentos experimentais realizados nessa disciplina devido, principalmente, ao aumento da demanda de estudantes e à chegada de novos professores na instituição. Por *uniformização,* o professor deve entender que esse texto consiste em um *guia mínimo*dessas atividades experimentais e um texto de referência para os estudantes, não tendo, dessa forma, a pretensão de ser limitativo e nem de esgotar o tema relacionado à atividade experimental. Assim, o professor deve se sentir motivado a abordar outros aspectos relacionados aos experimentos ou mesmo modificar o roteiro conforme lhe convenha e os estudantes devem ser estimulados a pesquisarem em outras referências a fim de complementarem o conteúdo teórico necessário à compreensão dos fenômenos físicos estudados.

O roteiro está dividido em seções que são abertas pelo número do experimento (p. ex. "*Experimento 1*") seguido pelo título da experiência (p. ex. "*Lei do Inverso do Quadrado da Distância*"). A ordem foi estabelecida conforme aquela que é tradicionalmente abordada na matéria teórica relacionada, mas pode ser modificada conforme necessidade e conveniência do professor. Seguido ao título temos as subseções. Na subseção "*Objetivos*" nós apresentamos um resumo do experimento em questão e a(s) finalidade(s) principal(is) do mesmo. Essa subseção é seguida pela lista de "*Materiais*" necessários à execução do experimento e pela "*Teoria do Experimento*", onde é abordada uma breve fundamentação teórica da física necessária à compreensão do experimento em questão. Na "*Descrição Experimental*" nós apresentamos os aspectos particulares do experimento tais como grandezas a serem medidas, metodologia de medição, determinação dos valores estudados, etc. A essa seção segue-se as "*Atividades*" a serem realizadas pelos estudantes no laboratório e fora dele e que devem apresentadas no relatório (ver Apêndice C). Esse roteiro consta ainda com apêndices que contêm uma análise de tratamento de erros (Apêndice A), uma tabela de

algumas constantes físicas importantes e fatores de conversão de unidades entre diferentes sistemas (Apêndice B) e uma instrução de como elaborar um relatório (Apêndice C).

Esperamos que esse roteiro seja de grande valia aos professores e estudantes e nos dispomos a críticas, correções e sugestões a fim de melhorá-lo para posteriores edições. Desejamos a todos bom trabalho e estudo.

Alagoinhas, Março de 2016

Os autores

# *EXPERIMENTO 1*

## GERADOR DE VAN DER GRAAF – ESTUDO DAS CARGAS ELÉTRICAS

### *1.1 Objetivos*

- Fazer um estudo qualitativo do campo elétrico por meio do gerador de Van derGraaf.

### *1.2 Material*

- Gerador de van der Graafe acessórios pertencentes (torniquete, haste deeletroscópio, bastão, etc.);
- Kit de eletrostática da Phywe;
- Fita adesiva;
- Papel alumínio;
- Algodão.

### *1.3 Descrição Experimental*

Neste experimento fazemos um estudo qualitativo sobre diversos aspectos associadosà eletrostática, tais como eletrização, poder de pontas, eletroscópio de folhas, etc.,utilizando, para tanto, o referido gerador além de alguns outros acessórios (pêndulos,folhas metálicas, flanela, bastões, etc.).

Um gerador de Van de Graaf (figura 1.1 - esquerda) é uma máquina eletrostáticaque foi inventada pelo engenheiro americano, descendente de holandeses, Robert Jemison van der Graaf (1901-1967) por volta de 1929. O gerador básico, com excitação por atrito, é composto por uma correia de material isolante, dois roletes, uma cúpula de descarga, um motor, duas escovas ou pentes metálicos e uma coluna de apoio (ver figura 1.1 - direita). Os roletes são de materiais diferentes, ao menos um deles condutores(como teflon e alumínio), para que se eletrizem de forma diferente devido ao atrito de rolamento com a correia. O motor gira os roletes, que ficam eletrizados e atraem cargas opostas para a superfície externa da correia através das escovas. A correia transporta essas cargas entre a terra e a cúpula. A cúpula faz com que a carga elétrica, que se localiza no exterior dela, não gere campo elétrico sobre o rolete superior, assim cargas continuam a ser extraídas da correia como seestivessem indo para terra, e tensões muito altas são facilmente alcançadas.

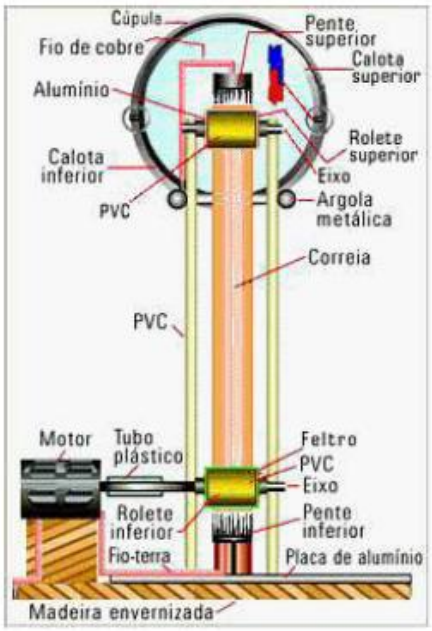


Figura.1.1: Gerador de Van der Graff e suas partes principais

O terminal pode atingir um potencial de vários milhões de volts, no caso dos grandes geradores utilizados para experiências de física atômica, ou até milhares de volts nos pequenos geradores utilizados para demonstrações nos laboratórios de ensino. Geradores profissionais utilizam sistemas eletrônicos, para depositar carga na correia, eliminando assim as instabilidades de desempenho causadas pela excitação por atrito e permitindo regulação precisa da tensão obtida.

## *1.4 Atividades e Questões*

1. Corte tiras de papel-alumínio e fixe-as (somente uma extremidade da tira) com fita adesiva à superfície externa da esfera. Ligue o gerador e observe o comportamento das tiras. Descreva o ocorrido e justifique. Qual a direção do campo elétrico em torno da esfera?
2. Com o gerador desligado, fixe a haste do eletroscópio de folhas na parte superiordo gerador. Ligue e descreva, justificando, o observado. Aproxime também fiapos de algodão ao gerador. O que ocorre? Por que?
3. Ponha o torniquete na parte superior do gerador. Ligue o gerador e discuta oque aconteceu com base no poder das pontas e da ionização das moléculas doar.
4. Faça alguém que estiver com o cabelo bem seco, sobre uma base isolante,tocar com as mãos o gerador. Observe o ocorrido e explique o fenômeno.Dependendo da umidade do ar pode ser que não ocorra o esperado. Como a umidade do ar influencia nesse fenômeno?
5. Faça a conexão de fio entre o bastão de teste e a conexão do fio terra. Ligueo gerador e aproxime o bastão da esfera do gerador. Observe o fenômenoe justifique-o. Justifique o ruído e a cor azulada da descarga, relacionando oocorrido com os raios ocorridos na natureza durante uma tempestade.

# EXPERIMENTO 2

## CAMPO ELÉTRICO E LEI DE GAUSS

### *2.1 Objetivos*

- Desenvolver a noção de Campo Elétrico a partir da visualização das linhas de campo e sua determinação a partir da lei da Gauss.

### *2.2 Materiais*

- Gerador de Van der Graff(ou fonte de alta tensão, 300 V).
- Cuba (ou recipiente isolante onde será depositado o óleo que possa ser desprezado os efeitos de borda).
- Óleo isolante (rícino, óleo de soja ou outro óleo isolante).
- Grãos (farinha de fubá, de mandioca ou outro grão isolante).
- Papel milimetrado.
- Eletrodos com diferentes formatos (alguns inclusos na caixa dos geradores de Van derGraff).

### *2.3Teoria do Experimento*

Este novo objeto físico "campo elétrico" parece ser demasiado sublime e incompreensível para nossa mente; não podemos vê-lo nem tocá-lo com as mãos. Mas há meios de visualizar o campo elétrico experimentalmente. Esta prática tem como objetivo conhecer um método para tornar o campo elétrico visível a partir da noção de dipolo elétrico e identificar algumas configurações deste.

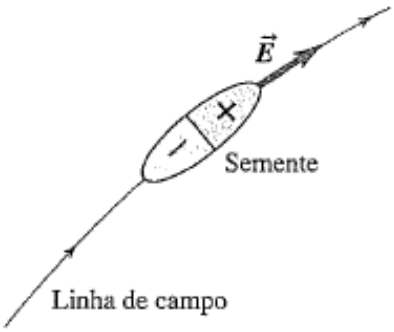


Figura 2.1: Grãos de poeira no campo elétrico (Sears &Zemansky 2012).

Na experiência vamos utilizar o gerador de Van der Graff para produzir um campo elétrico forte. A região de campo alto ficará numa vasilha que contém um líquido isolante e disperso no líquido, grãos de poeira de um material não condutor. No caso usamos óleo de rícino(*ou óleo soja*), e farinha de fubá ou semente de capim (*ou farinha de mandioca*). Para compreender o que acontece devemos lembrar que quando um material isolante está imerso em um campo elétrico surge dentro dele uma polarização que tende a alinhar-se com o campo elétrico formando assim um dipolo elétrico.

Todos os grãos de poeira contêm cargas elétricas positivas e negativas em igual quantidade. Com a formação de pólos positivos e negativos nos grãos, aparecerá uma interação entre eles que tem como tendem a se alinhar em fileiras de tal forma que o lado positivo de um grão sempre toca no lado negativo do grão vizinho da mesma fileira.

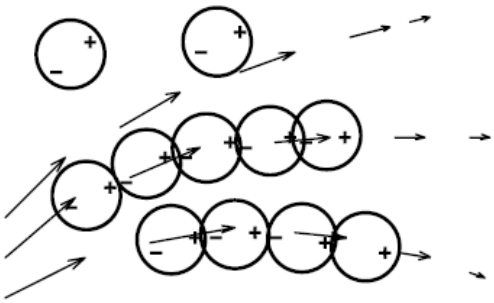

Figura 2.2: Formação de fileiras de grãos pela interação elétrica dos grãos polarizados.

Como o vetor que separa os pólos do grão tem a direção do campo elétrico, as curvas formadas pelas fileiras de grãos terão a propriedade curiosa de terem em todos os pontos da curva o campo elétrico como vetor tangente da curva (compare a figura 2.2). Este tipo de curva que tem os vetores de um campo vetorial como vetores tangentes é chamado *linha de força do campo*.

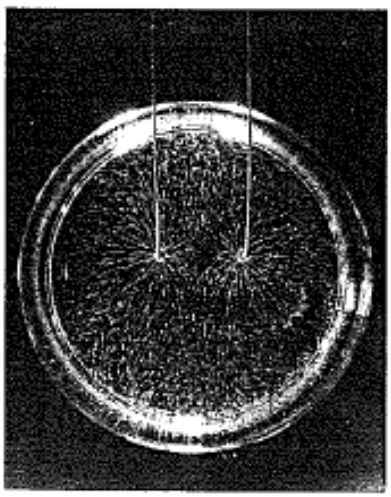

Figura 2.3: Linhas de força do Campo elétrico (Sears &Zemansky 2012).

Um sistema de linhas de força permite visualizar o campo elétrico de forma bastante completa. Podemos até avaliar os módulos destes vetores num desenho de linhas de força se, ao desenhar as linhas, adotarmos a convenção de desenhar as linhas com uma densidade proporcional ao módulo do vetor campo elétrico $\vec{E}$. Nesta convenção, a densidade de linhas significa número de linhas por área transversal às linhas. Pode-se mostrar com as leis que governam os campos elétricos, que em regiões do espaço onde não há cargas, esta convenção significa que uma linha de campo não nasce nem morre. A única informação que falta para caracterizar o vetor $\vec{E}$ é a orientação, mas as fileiras de grãos não mostram setas então devemos adotar uma convenção para a orientação do campo elétrico.

## *2.4Descrição Experimental*

Na experiência veremos certas imperfeições das fileiras de grãos. Esta imperfeição tem duas origens: a) existe interação entre fileiras vizinhas b) grãos que tocam nos eletrodos (placas metálicas eletricamente carregadas) podem adquirir carga elétrica e sequentemente serão repelidos violentamente dos eletrodos. Este movimento arrasta o líquido e perturba as fileiras de grãos. É uma questão de habilidade do experimentador minimizar estes defeitos escolhendo adequadamente: i) a intensidade do campo;ii) a quantidade adequada do óleo lubrificante;iii) a densidade dos grãos;iv) a viscosidade do óleo;v) o tipo de grão.

**Tarefa 1:**

Adicionando um papel milimetrado embaixo da cuba e outra folha nas mãos dos alunos que será utilizada para transferir o comportamento dos grãos, no intuito em transcrever o comportamento do campo elétrico nas seguintes configurações:

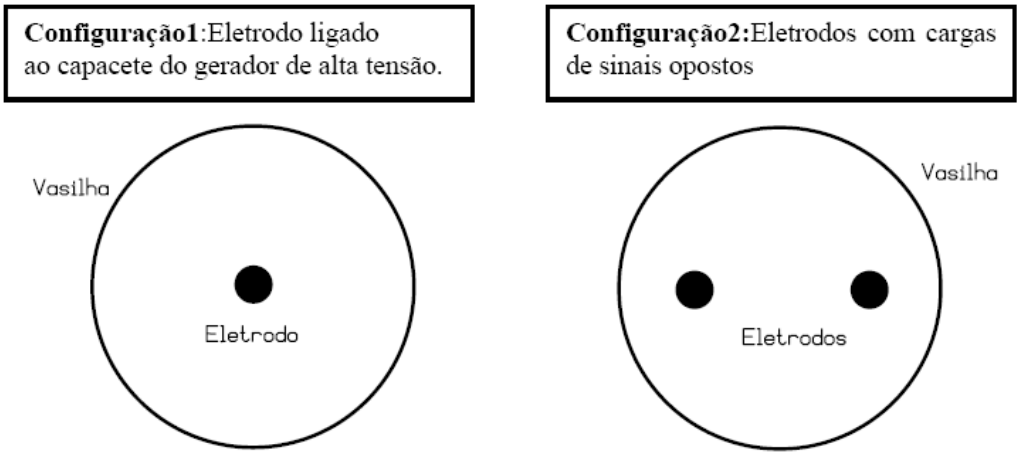


Figura 2.4: Visualização do campo elétrico com um eletrodo e dois eletrodos de sinais contrários.

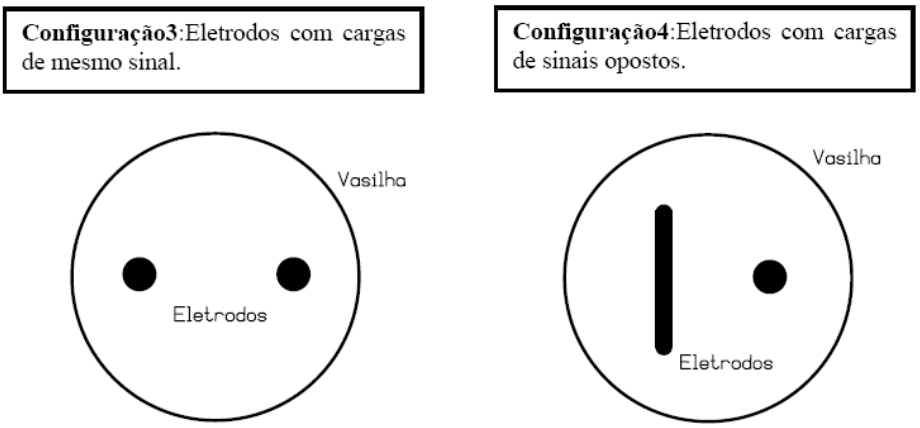


Figura 2.5: Visualização do campo elétrico com eletrodos iguais e de diferentes formatos com mesmo sinal e sinais opostos.

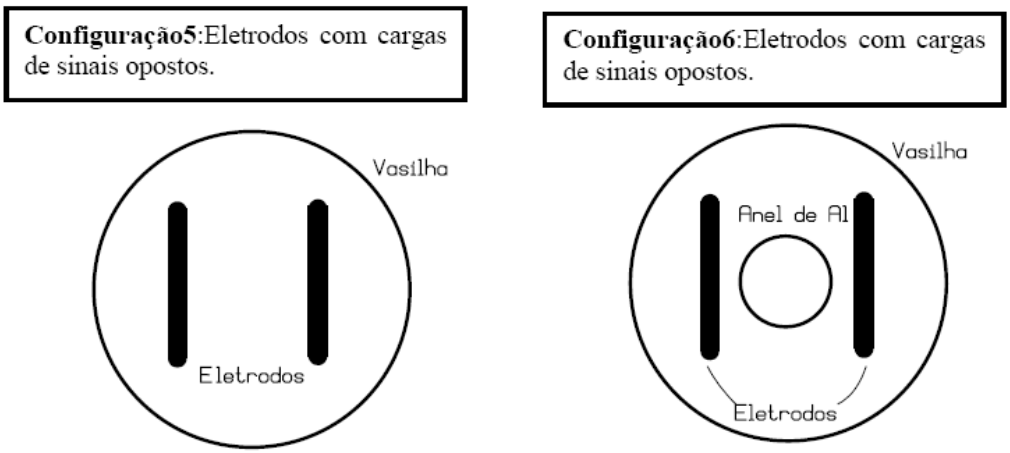


Figura 2.6: Visualização do campo elétrico com eletrodos em barra e análise da lei de Gauss.

**Tarefa 2:**

a)Desenhe as linhas de campo para cada configuração observada.
b) Observe, descreva e explique com que ângulos entram as linhas de campo nos corpos metálicos.
c) Utilizando a regra da densidade das linhas e sabendo que num espaço sem cargas as linhas não nascem nem morrem, conclua uma regra sobre a intensidade do campo elétrico perto de pontas metálicas carregadas que têm um raio de curvatura muito pequeno.
d) Observe o efeito que o campo elétrico no interior de um condutor é nulo a partir da aplicação da Lei de Gauss.

# *EXPERIMENTO 3*

## LINHAS EQUIPOTENCIAIS

### *3.1 Objetivos*

- Fazer o estudo qualitativo da distribuição de linhas equipotenciais e de campoelétrico em diferentes "distribuições de cargas" (configurações de eletrodos).

### *3.2 Material*

- Solução de sulfato de cobre;
- Fonte de tensão DC (12V);
- Galvanômetro de ponteiro central;
- Cuba para solução;
- Folhas de papel milimetrado;
- Sondas;
- Eletrodos.

### *3.3Teoria do Experimento*

Nesse experimento mapeamos as linhas equipotenciais e, por meio destas, determinamosas linhas de campo elétrico, geradas por diferentes configurações de eletrodosmergulhados em uma solução condutora de sulfato de cobre (CuSO4), que atuarãocomo cargas elétricas.

O campo elétrico gerado por uma distribuição de cargas em repouso (campo eletrostático) configura-se como um campo conservativo. Ao dizermos conservativo estamos dizendo que a integral

$$\int \vec{E}.d\vec{l} = 0 \tag{3.1}$$

ou seja, a integral de caminho do campo eletrostático, $\vec{E}$, independe da trajetória. Assim, se calcularmos essa integral entre dois pontos quaisquer, o seu resultado deverá depender apenas do ponto inicial e do sinal, assim,

$$\int_a^b \vec{E}.d\vec{l} = -(V_b - V_a) \tag{3.2}$$

onde a função $V = V(x, y, z)$, chamamos de potencial eletrostático ou potencial elétrico e a diferença

$$(V_b - V_a) = U_{ab} \tag{3.3}$$

chamamos de diferença de potencial ou ddp, simplesmente. Como vimos nos experimentos anteriores, essa diferença de potencial está associada ao surgimento de uma corrente elétrica em um condutor, cuja intensidade é estabelecida pela Lei de Ohm:

$$i = \frac{U}{R} \tag{3.4}$$

Dessa forma, se em algum momento a ddp sobre um condutor se anula, a corrente a ela associada também se anulará. Essa situação é denominada equilíbrio eletrostático. Assim, um condutor se encontrará em equilíbrio eletrostático se a ddpsobre o mesmo for constante ($U = 0$), configurando-se, portanto, a superfície desse condutor como uma superfície equipotencial (de mesmo potencial).

Superfícies equipotenciais são formadas sempre que temos a presença de um campo eletrostático, visto que para esse campo sempre será possível se obter pontos$P_1(x_1, y_1, z_1)$, $P_2(x_2, y_2, z_2)$,..., $P_N(x_N, y_N, z_N)$, tais que, $V(x_1, y_1; z_1) = V(x_2; y_2; z_2) = V(x_N; y_N; z_N)$.

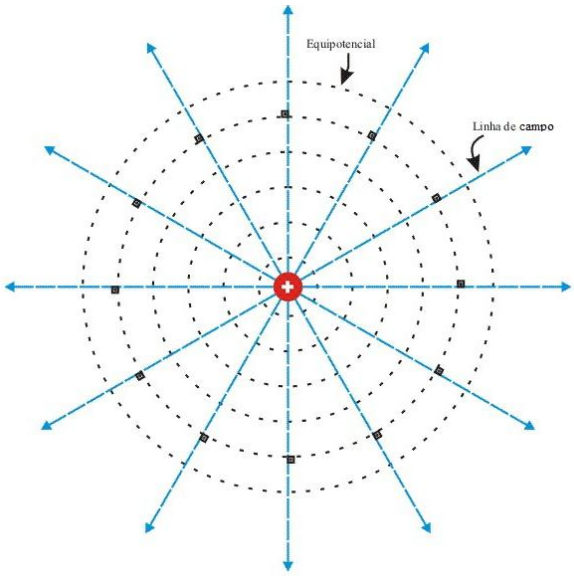


Figura 3.1: Representação das linhas de campo e linhas equipotenciais de uma carga puntiforme.

Um exemplo simples disso é o campo gerado por uma cargapuntiforme $q$, onde suas superfícies equipotenciais são esferas concêntricas cuja origemse encontra na própria carga (Fig. 3.1). Nesse caso, o potencial assume aforma

$$V(x, y, z) = k\frac{q}{r} \tag{3.5}$$

onde, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ e$k$ é uma constante associada ao meio (no caso do vácuo ela assume o valor $k_0 = 9.10^9\, {Nm^2}/{C^2}$). Podemos ver, então, que para os pontos nos

quais $r = constante$ acarretarão em superfícies nas quais $V = constante$ e, consequentemente, $U = 0$.

Uma característica importante das linhas equipotenciais é que elas apresentam sempre perpendiculares às linhas de campo, assim, conhecidas as linhas equipotenciais, podemos determinar a direção das linhas de campo (ou de força no caso de haver cargas livres) e vice-versa. Em nosso experimento, mapearemos as linhas de campo elétrico através das linhas de corrente geradas numa solução de $CuSO_4$(sulfato de cobre). A presença de eletrodos, negativo e positivo (ligados a uma fonte de tensão), no líquido produzir á o deslocamento de portadores de cargas positivas (íons $Cu^{++}$) e portadores de cargas negativas (íons $SO_4{}^{--}$ ) dessa solução aos respectivos eletrodos. Na parte exterior, por baixo da cuba, foi colocado um papel milimetrado que serve como padrão de referência das medidas. Estabelecida, então, uma configuração de eletrodos (ver Figs. 3.2 a 3.4), fixaremos uma sonda, que está ligada a um galvanômetro de ponteiro central (G), em uma parte da solução enquanto a outra (também ligada ao mesmo galvanômetro) irá mapear toda a região em busca de uma posição na qual a leitura do medidor (galvanômetro) se anula (Fig. 3.2 - esquerda). Esses pontos, portanto, pertencem a uma mesma linha equipotencial. Conhecidas as linhas equipotenciais é possível se determinar as linhas de campo elétrico geradas por diferentes configurações de eletrodos na solução.

## *3.4 Atividades e Questões*

1. Derrame um pouco da solução de CuSO4 sobre a cuba e tome o cuidadopara que ela se espalhe uniformemente sobre toda ela. Verifique se não há algum declive. Se houver ajuste com um calço. Qual a importância desseprocedimento? (Lembre-se que estamos tratando de uma solução).

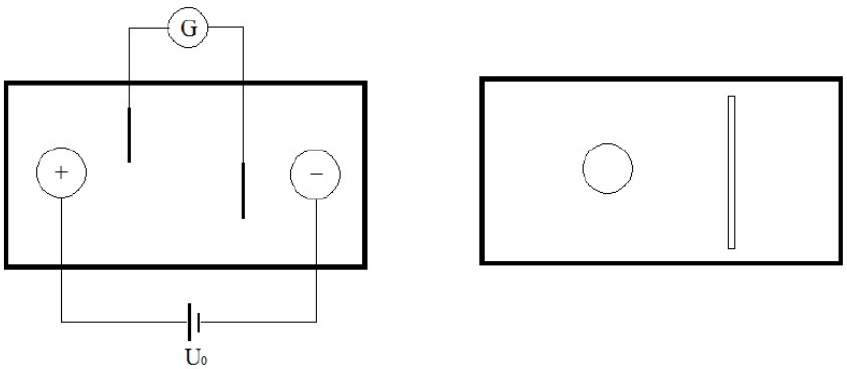


Figura 3.2: Montagem experimental e uma configuração de eletrodos.

2. Monte as configurações indicadas pelo professor, mergulhando os eletrodosconectados a uma fonte de tensão (não esqueça de indicar a polaridade doseletrodos), na solução e utilizando o galvanômetro encontre uma família delinhas equipotenciais para cada configuração. Priorize pontos importantescomo pontas e bordas dos eletrodos. Seja criterioso também com o

númerode pontosmapeados para cada linha e com a quantidade de linhas para cada configuração. Qualquer dúvida, consulte o professor.

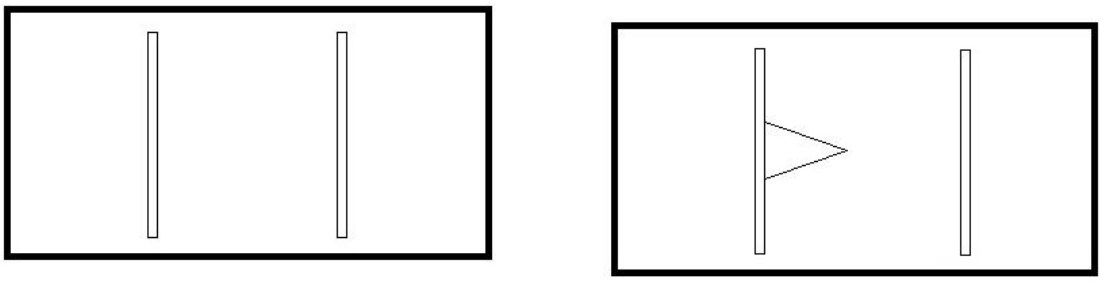

Figura 3.3: Outras configurações de eletrodos.

3. Analise também com as sondas a superfície dos eletrodos. O que podemos afirmar sobre cada um deles?
4. O que é medido ao se mergulhar a sonda móvel na solução?
5. Se duas linhas equipotenciais se interceptam elas pertencem, obrigatoriamente,à mesma superfície equipotencial? Justifique.
6. Seria possível a realização desse experimento sem a presença da solução condutora(no ar, por exemplo)? Por quê?
7. Como é possível realizar esse experimento quantificando o valor do potencialem cada linha? Sugira um método neste intuito (desenhe um diagrama se fornecessário).

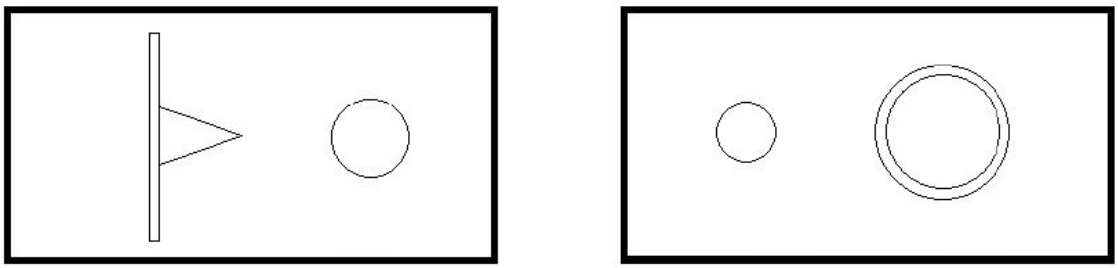

Figura 3.4: Outras configurações possíveis.

# EXPERIMENTO4

## *DENSIDADE DE CORRENTE E CORRENTE ELÉTRICA*

### *5.1 Objetivos*

Desenvolver a noção de corrente elétrica, densidade de corrente e velocidade de deriva a partir do conhecimento do número de elétrons livres em determinado material e a utilização dos medidores de corrente elétrica.

### *5.2 Material*

- Conjunto de 6 fios de Nicromo com áreas diferentes;
- Micrômetro;
- Fonte de corrente/tensão;
- Voltímetro;
- Amperímetros com fundo de escala de 1 $A$ e5 $A$;

### *5.3 Introdução*

A corrente elétrica é definida como sendo uma variação da quantidade de carga que atravessa determinada secção reta de um condutor em um intervalo de tempo, ou seja:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \tag{5.1}$$

logo, qualquer movimento de cargas de uma região para a outra é denominada de corrente elétrica. Para uma melhor visualização, imagine uma solução de cloreto de sódio (sal) e água. Nesta situação, os átomos de sódio e cloro irão se separar, gerando íons positivos e negativos, íons de sódio e cloro. Se um campo elétrico externo for aplicado na solução, ocorrerá um movimento de cargas de uma região para a outra, gerando um fluxo de íons ou de uma corrente elétrica. Logo, a corrente elétrica surge quando um material imerso em um campo elétrico externo experimenta uma força elétrica (Lei de Coulomb), que faz com que os elétrons livres do material possam mover-se ordenadamente na direção deste campo.

Como a corrente elétrica então depende da variação dos portadores de cargas podemos redefini-la em termos de uma densidade de corrente, representada pela letra $J$, como sendo[1]

[1]Ver Sears &Zemansky, Física III Eletromagnetismo.

$$I = J.A \tag{5.2}$$

onde $A$ é a área do fio. A densidade de corrente por sua vez pode ser escrita como

$$J = nqv_d \tag{5.3}$$

com $n$ a concentração de elétrons livres no material, $q$ a carga fundamental do elétron e $v_d$ a velocidade de deriva dos elétrons, ou a velocidade que os elétrons adquirem devido a aplicação do campo elétrico externo. Em um condutor metálico como o cobre, o número de elétrons livres é da ordem de $8{,}47.10^{28}m^{-3}$, o que resultanuma carga total de $1{,}26\,.\,10^{10}\ C$, mas em compensação sua velocidade de deriva é extremamente baixa, por exemplo, para uma densidade de corrente de $J = 5{,}1\,.\,10^5\ A/m^2$a velocidade de deriva está em torno de $14\ cm/h$ ! Assim, para um material diferente teremos valores diferentes para a densidade de corrente e se apenas mudarmos a área de um mesmo material, deveríamos obter um valor diferente da corrente elétrica.

## *5.4 Descrição Experimental*

Nesta atividade utilizaremos fios Nicromo (20% de Níquel e 80% de Cromo) de diferentes áreas para determinar o valor da densidade de corrente, mantendo-se uma tensão aplicada sobre o mesmo constante. De acordo com a expressão 5.1,a densidade de corrente deve permanecer constante para um mesmo material se mantivermos o campo elétrico constante, logo deveremos ter apenas uma alteração da corrente elétrica circulando quando alterarmos a área do fio.

### *5.4.1 Procedimento*

Com a ajuda do micrômetro, determinar o valor médio do diâmetro dos fios de nicromo e anotá-los em uma tabela para posterior cálculo da área dos mesmos. Após ligar o voltímetro diretamente na fonte de tensão e ajustá-la para uma tensão máxima de $1{,}0\ V$. Esta tensão deve permanecer fixa durante todo o experimento. A seguir, ligar a fonte de tensão em série com o amperímetro de menor escala e com um o fio de menor diâmetro e anotar o valor da corrente. Manter esta configuração para os primeiros quatro fios de menor espessura. Para os fios com maior diâmetro, substituir o amperímetro pelo de maior fundo de escala na mesma configuração e realizar a leitura da corrente.

## *5.5 Atividades e Questões*

- A partir de uma análise gráfica identifique quais fios de Nicromo contêm a mesma composição.
- Se o fio fosse de cobre, qual seria a velocidade de deriva dos elétrons?
- Determine teoricamente a concentração dos elétrons livres no fio de Nicromo e compare com os resultados experimentais.

# EXPERIMENTO5

## *LEI DE OHM E RESISTIVIDADE ELÉTRICA*

### *6.1 Objetivos*

Entender o significado de resistividade de um material e sua relação com a corrente elétrica que circula por ele dada a partir da Lei de Ohm e a utilização dos medidores de resistência elétrica.

### *6.2 Materiais*

- Conjunto de 6 fios de Nicromo com diferentes áreas;
- Micrômetro;
- Fonte de corrente/tensão;
- Voltímetro;
- Amperímetros com fundo de escala de 1 $A$ e5 $A$;
- Ohmimetro

### *6.3 Introdução*

A densidade de corrente $\vec{J}$ em um condutor depende do campo elétrico aplicado $\vec{E}$ e das propriedades do material e esta relação é dada pela Lei de Ohm microscópica

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \tag{6.1}$$

onde $\sigma$ é a condutividade do material. Desta forma podemos definir resistividade como sendo

$$\rho = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{J}|} \tag{6.2}$$

onde $\rho \equiv {}^{1}/_{\sigma}$. Ou seja, se a condutividade indica o quanto o material é suscetivel a passagem da corrente elétrica e a resistividade indica o quanto este material se opõe a ela. Observe que a resistividade é uma grandeza microscópica, logo precisamos desenvolver sua relção macroscópica e mensurável. Isto é obtido substituindo o campo elétrico $|\vec{E}|$ por${}^{V}/_{l}$ e a densidade de corrente $|\vec{J}|$ por ${}^{I}/_{A}$, onde $V$ é a tensão aplicada, $I$ a corrente medida, $l$ o comprimento do condutor e $A$ a sua área, obtendo o que chamamos de resistência elétrica $R$,

$$R = \rho \frac{l}{A} \tag{6.3}$$

## *6.4 Descrição Experimental*

Nesta atividade utilizaremos os fios de Nicromo de diferentes áreas com o mesmo comprimento para determinar a resistividade do material. Pela expressão 6.3, se conhecermos as dimensões do material, a resistividade pode ser obtida medindo-se a resistência elétrica do mesmo.

### *6.4.1 Procedimento*

Com a ajuda do micrômetro, determinar o valor médio do diâmetro dos fios de nicromo e anotá-los em uma tabela para posterior cálculo da área dos mesmos. Em seguida utilizaremos o ohmimetro para medir diretamente a resistência elétrica dos fios no intuito de determinar a resistividade do material diretamente, a partir da expressão 6.3 anotando todos os erros dos instrumentos de medida utilizados para posterior cálculo de propagação de erros. Montar um gráfico de $R\ x\ 1/A$ e a partir da regressão linear obter o valor de $\rho$. Após isso, medir a resistência dos fios para diferentes comprimentos, por exemplo, de 10 em10 $cm$, e montar em um único gráfico, $R\ x\ l$, os valores obtidos para os seis fios determinando o valor da resistividade para eles.

Em seguida, determinar indiretamente a resistência elétrica a partir da Lei de Ohm macroscópica, $I = {}^{V}/_{R}$, ligandoosfios de Nicromode diferentes áreas nos terminais da fonte de tensão fazendo-se variar a tensão sobre ele e medir a corrente que circula. Montar um gráfico de $I\ x\ V$ e obter o valor da resistividade, lembrando sempre do tratamento dos erros associados a medida.

## *6.5 Atividades e Questões*

- A partir de uma análise gráfica identifique quais fios de Nicromo contêm a mesma composição.
- Quais as principais fontes de erros durante as medidas?
- Os valores obtidos de resistividade estão dentro da margem de erro para os três procedimentos?
- Qual seria o valor teórico da resistividade para o Nicromo?
- O que podemos afirmar sobre estes fios com base nos resultados medidos?

# *EXPERIMENTO 6*

## *MEDIDAS COM AMPERÍMETRO E VOLTÍMETRO (OPCIONAL)*

### *7.1 Objetivos*

- Determinar a resistência interna de um amperímetro e um voltímetro;
- Manipular os instrumentos de medida de corrente (amperímetro) e tensão (voltímetro);
- Efetuar medida de resistência utilizando amperímetro e voltímetro simultaneamente;

### *7.2 Descrição*

Nesse experimento determinam-se as resistências internas de um voltímetro e deum amperímetro por meio de uma associação simples desses aparelhos e estuda-se a influência desses aparelhos na determinação da resistência elétrica, bem como amelhor forma de associá-los ao resistor para esse fim.

### *7.3 Materiais*

- Fonte de tensão DC (12 V);
- Voltímetro (analógico de fundo de escala de 30 V);
- Miliamperímetro (analógico de fundo de escala de 10, 100 e 1000 mA);
- Reostatos ou década de resistores.

### *7.4 Teoria do Experimento*

Os aparelhos de medida reais que podemos usar num laboratório não são aparelhos de medida ideais que se vê em teoria. Isso significa que em muitos casos precisamos levar em conta as propriedades do aparelho e sua interferência com o fenômeno que está sendo medido. No caso de nosso laboratório de medidas elétricas, é necessário conhecer o valor da resistência elétrica dos nossos principais aparelhos de medida, o voltímetro e o amperímetro.

#### *7.4.1 Determinação da resistência interna de um voltímetro*

Considere a associação em série (Fig. 7.1) de um voltímetro $V$ e de um amperímetro $A$. Quando aplicamos uma diferença de potencial $U$ aos terminais da associação demedidores flui uma corrente $i$ através dela. Essa mesma corrente $i$ atravessa ovoltímetro e também o amperímetro, sendo ela

$$i_A = i_V = i \tag{7.1}$$

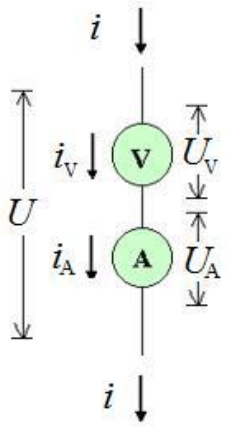


Figura 7.1: Associação em série de um amperímetro (A) e um voltímetro (V).

Na associação em série dos medidores, se dividirmos a tensão $U_V$ medida pelo voltímetro pela corrente $i_A$ medida pelo amperímetro, obteremos o valor da resistênciado voltímetro

$$R_V = \frac{U_V}{i_A} \tag{7.2}$$

### *7.4.2 Determinação da resistência interna de um amperímetro*

No caso da associação em paralelo (Fig. 7.2) de um voltímetro $V$ e de um amperímetro $A$, a diferença de potencial aplicada aos terminais da associação de medidores $U$é igual às diferenças de potencial $U_A$ sobre o amperímetro e $U_V$ sobre o voltímetro, ou seja,

$$U_A = U_V = U \tag{7.3}$$

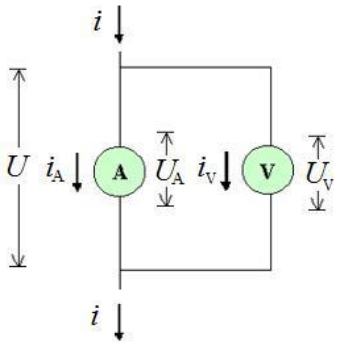


Figura 7.2: Associação em paralelo de um amperímetro (A) e um voltímetro (V).

Nessa associação dos medidores, se dividirmos a tensão UV medida pelo voltímetropela corrente $I_A$ medida pelo amperímetro, obteremos o valor da resistência doamperímetro

$$R_A = \frac{U_V}{i_A} \tag{7.4}$$

### *7.4.3 Medidas simultâneas de ddp e corrente*

Um medidor do tipo galvanômetro, como os que temos visto até aqui, pode ser usadotanto para medir a corrente $i$ que atravessa um elemento, como a diferença de potencial ou tensão $U$ entre seus terminais. Entretanto, essas medidas são excludentes, não podem ser feitas ao mesmo tempo. A corrente que atravessa o medidor e a tensão sobre seus terminais estão relacionadas, através da Lei de Ohm, pela resistência do medidor. Quando se arruma o galvanômetro da maneira conveniente para uma medida da tensão sobre um elemento resistivo (nesse caso temos um voltímetro), só se obtém informação sobre a tensão $U : U = U_V$ . A corrente que atravessa o voltímetro é proporcional a essa tensão, $i_V = U/R_V$ , e nada informa sobre o valor da corrente $i$. Por outro lado, quando se arruma o galvanômetro para medida da corrente que atravessa o mesmo elemento resistivo (nesse caso temos um amperímetro), só se obtém informação sobre a corrente $i : i = i_A$. Neste caso não há nenhuma informação sobre a tensão $U$sobre o elemento, já que $U_A = R_A i$.

Há duas maneiras de se associar dois medidores do tipo galvanômetro (um amperímetro e um voltímetro) na tentativa de se medir simultaneamente a tensão e acorrente num resistor. Os resultados de ambas são afetados por desvios sistemáticos,mas esses desvios podem ser corrigidos e em muitos casos, quando a correçãoé menor do que a imprecisão do aparelho de medida, não precisam ser levados emconta.As duas maneiras de associarmos um voltímetro e um amperímetro para medirsimultaneamente a corrente $i_R$ e a tensão $U_R$ num resistor de resistência $R$ sãomostradas nos diagramas abaixo. $i_A$é a corrente que atravessa o amperímetro e$U_V$ é a tensão entre os terminais do voltímetro. $i_A$e $U_V$ são grandezas medidas naexperiência; gostaríamos que elas correspondessem respectivamente à corrente e tensão sobre o resistor, ou seja, $i_R = i_A$ e $U_R = U_V$ (situação ideal), mas como você verá a seguir, analisando as duas maneiras de se associar os medidores, não é exatamente isso que acontece.

#### *7.4.3.1 Associação A: $(R + A)//V$*

Conhecidas as resistências internas do voltímetro e do amperímetro podemosdeterminar corretamente o valor de uma determinada resistência R, medindo, simultaneamente, o valor da ddp e da corrente. Observe que, no circuito da figura 7.3,

$$U = U_V = U_R + U_A \tag{7.5}$$

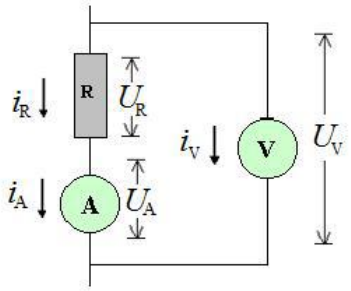


Figura 7.3: Representação da associação A.

mas, por outro lado,

$$i_A = i_R = i - i_V \tag{7.6}$$

Na associação A, o voltímetro indica corretamente a tensão aplicada $U$ e erroneamente a tensão no resistor $U_R$, enquanto o amperímetro indica corretamente acorrente que atravessa o resistor $i_R$ e erroneamente a corrente gerada $i$. A depender do que queremos medir, devemos considerar no resultado, a seguinte correção (ver atividade 3):

$$U_R = \frac{R}{R + R_A} U_V \tag{7.7}$$

### *7.4.3.2 Associação B:* $(\boldsymbol{V//R}) + \boldsymbol{A}$

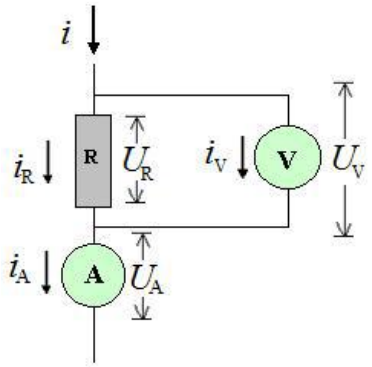


Figura 7.4: Representação da associação B.

Nesse caso, observe que

$$U_V = U_R = U - U_A \tag{7.8}$$

e

$$i_A = i = i_R + i_V \tag{7.9}$$

Na situação B, o voltímetro indica corretamente a tensão no resistor $U_R$ e erroneamente a tensão aplicada $U$, enquanto o amperímetro indica corretamente a corrente gerada i e erroneamente a corrente que atravessa o resistor $i_R$. A depender do

que queremos medir, devemos considerar nos resultados a seguinte correção (ver atividade 3):

$$i_R = \frac{R_V}{R + R_V} i_A \tag{7.10}$$

A medição simultânea da tensão e corrente será possível se soubermos a correção$U_A$, à tensão medida na situação A, e/ou a correção $i_V$ , à corrente medida na situaçãoB; para isso precisamos conhecer as resistências $R_A$ e $R_V$ dos medidores.A depender dos valores de $R$,$R_A$ e $R_V$, a correção em uma das situações, oumesmo em ambas as situações, pode ser insignificante em relação à imprecisão damedida. Por exemplo, se pudermos aceitar uma imprecisão de 1% nas medidas decorrente e tensão, a correção da tensão na situação A será desprezível para resistências $R = 100R_A$ (o que implica em $U_A = U_R = 100$) e a correção da corrente nasituação B será desprezível para resistências $R = 100R_V$ ($i_V = i_R = 100$).Se as resistências do voltímetro e do amperímetro forem muito diferentes, entãoé mesmo possível que para valores de $R$ que atendam simultaneamente ambas ascondições, se possa usar qualquer uma das situações sem que seja necessário, dentroda precisão considerada, corrigir as medidas.

Nesta prática nós vamos medir a corrente e a tensão em alguns resistores, nasduas situações, comparar os resultados e determinar qual a melhor maneira de medirsimultaneamente a tensão e a corrente, nos resistores dados, com os aparelhos demedida dados.

## *7.5 Atividades e Questões*

1. Conecte a combinação em série dos medidores (Fig. 7.1) a uma fonte de tensãoadequada à escala na qual a resistência do voltímetro está sendo medida. Meça cinco valores de $U_V$ e $i_A$. Construa um gráfico $U_V$ versus $i_A$ e, a partir domesmo, utilizando $MMQ$, determine $R_V$.

2. Conecte a combinação em paralelo dos medidores (Fig. 7.2) a uma fonte decorrente adequada à escala na qual a resistência do amperímetro está sendo medida. Meça cinco valores de $U_V$ e$i_A$. Construa um gráfico gráfico $U_V$ versus $i_A$ e, a partir do mesmo, utilizando MMQ, determine $R_A$.

3. Demonstre as equações 7.7 e 7.10.

4. Meça a corrente e a tensão, em ambas as associações A e B, usando trêsdiferentes valores de resistências conhecidas: $R = 10;\ 100\ e\ 1000\Omega$. Com osresultados construa uma tabela (abaixo) onde constem a resistência calculada,Rcalc, do resistor para ambos os casos: dos instrumentos tratados como ideale real. A partir dos valores calculados em cada situação calcule a diferençapercentual em relação ao valor conhecido. Qual a melhor associação para semedir resistências pequenas? E grandes?

Tabela 7.1: Tabela referente à atividade 7.5.4.

| | $R(\Omega)$ | $R_{calc}$ ideal $(\Omega)$ | $R_{calc}$ real $(\Omega)$ | $\Delta R$ ideal $(\%)$ | $\Delta R$ real $(\%)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Associação A | 10 | | | | |
| | 100 | | | | |
| | 1000 | | | | |
| Associação B | 10 | | | | |
| | 100 | | | | |
| | 1000 | | | | |

5. Para a associação A, construa uma tabela onde constem os valores da função $U_R = U_V$, da resistência $R$ (varie convenientemente os valores de $R$) para asituação real ($R_A \neq 0$) e a ideal ($R_A = 0$). Estime a partir de qual valor de $R$ teríamos uma boa aproximação da situação ideal.

6. Para a associação B, construa uma tabela onde constem os valores da função$i_A = i_R$, da resistência $R$ (varie convenientemente os valores de $R$) para a situação real ($R_V$ finito) e a ideal (ou seja, $R_V$ infinito). Estime a partir de qualvalor de $R$ teríamos uma boa aproximação da situação ideal.

# *EXPERIMENTO 7*

## *LEI DE KIRCHOFF E ASSOCIAÇÃO DE RESITORES*

### *8.1 Objetivos*

- Desenvolver o estudo quantitativo das Leis de Kirchoff;
- Operar com instrumentos de medição de corrente elétrica e diferença de potencial(ddp);
- Estudar a associação de resistores.

### *8.2 Descrição*

Nesse experimento medem-se, simultaneamente, a corrente elétrica e a ddp às quaisestão submetidos resistores, cujos valores das suas resistências são conhecidos. Posteriormente,comparam-se os valores das resistências medidas com os valores fornecidospelo fabricante, dentro do desvio fornecido pelo mesmo.

### *8.3 Material*

- Fonte de tensão $DC$ $(12\ V)$;
- Voltímetro (digital ou de fundo de escala igual a $30\ V$);
- Amperímetro (digital ou de fundo de escala igual a $1\ A$);
- Conjunto de resistores conhecidos e iguais.

### *8.4 Teoria do Experimento*

A resistência elétrica de um determinado resistor é definida pela relação

$$R = \frac{U}{i} \tag{8.1}$$

onde, $R$ é a resistência elétrica, $U$ é a diferença de potencial elétrico, $i$ é a correnteelétrica. Essa lei foi enunciada pela primeira vez pelo físico alemão Georg SimonOhm (1787-1854) e é por isso denominada Lei de Ohm.

O comportamento de $i$ em função de $U$ depende de características do componenteelétrico. Quando a relação $U/i$ é constante para qualquer valor de $U$, o elementoé chamado de resistor linear ou ôhmico. Aqueles que não obedecem uma relaçãode linearidade são chamados de resistores não-ôhmicos. Assim, para um

resistorôhmico, o valor da resistência elétrica deve permanecer constante à medida quefazemos variar $U$ e$i$.Muitas vezes desejamos inserir uma determinada resistência em um circuito, entretanto,não dispomos de resistores com aquela resistência desejada. Nesse caso,podemos obtê-la associando diversos resistores em série, paralelo ou em uma associação mista de série com paralelo. Exemplos dessas associações podem ser vistas nas figuras 8.1, 8.2 e 8.3 abaixo.

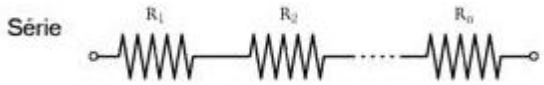


Figura 8.1: Associação em série de n resistores

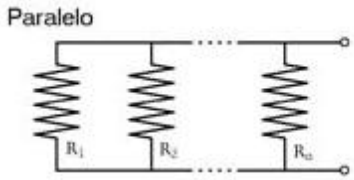


Figura 8.2: Associação em paralelo de n resistores

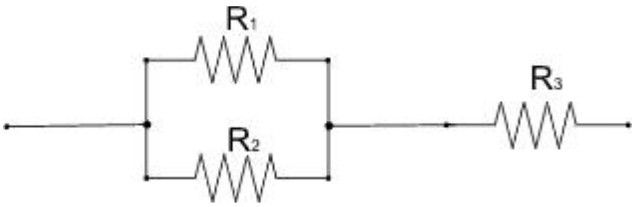


Figura 8.3: Associação mista simples de três resistores

## *8.5 Atividades e Questões*

1. Monte o circuito representado na Fig. 8.4. Em seguida, fixando-se uma resistência $R$ conhecida, varie a tensão e obtenha os valores correspondentes de corrente. Trace o gráfico U versus i e, usando o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), trace a reta que melhor se ajusta aos dados experimentais.

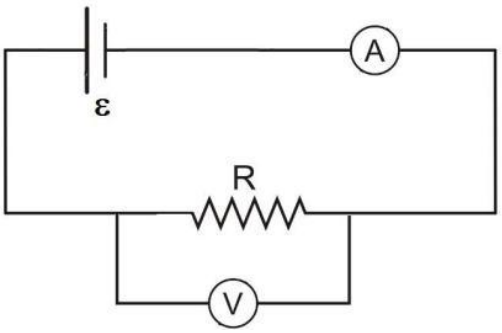


Figura 8.4: Figura referente à atividade 8.5.1

A que grandeza corresponde o coeficiente angular da reta? Obtenha a expressão para $U = f(i)$. Compare o valor da resistência obtida graficamente com o valor fornecido pelo fabricante (dentro do desvio).

2. Monte agora o circuito representado na Fig. 8.5. Fixando-se uma tensão,conecte os resistores um a um em série e meça as respectivas correntes quepassam no circuito. Construa uma tabela em que constem a resistência equivalenteda associação, Req, medida e calculada (com base nos valores fornecidospelo fabricante), o número de resistores, N, e a diferença entre as Req medida e calculada. Verifique se os valores experimentais medidos se encontram dentrodo desvio informado pelo fabricante. A partir dos dados da tabela obtenhauma expressão geral para a associação de N resistores iguais em série.

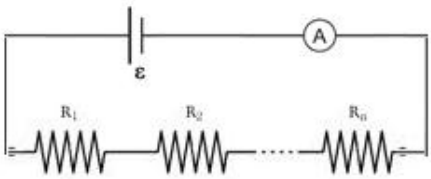


Figura 8.5: Figura referente à atividade 8.5.2

3. Monte o circuito representado na Fig. 8.7 e proceda da mesma maneira quepara a associação em série anterior.
4. Meça agora a resistência da associação representada na Fig. 8.7. A partir das expressões anteriores, determine teoricamente esta resistência e comparecom resultado medido. Discuta as diferenças.
5. É possível inferir, com base nos resultados experimentais, qual seria a resistência equivalente de um circuito se associássemos N resistores diferentes em série? E em paralelo? Pesquise essas relações e verifique se elas conduzem aos resultados experimentais no caso dos resistores iguais (itens 2 e 3 anteriores).

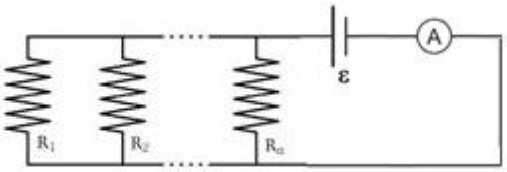


Figura 8.6: Figuras referentes às atividades 8.5.3

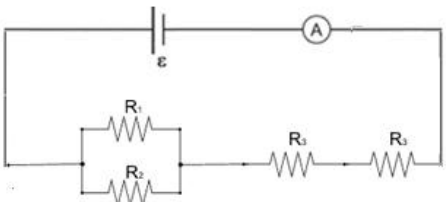


Figura 8.7: Figuras referentes às atividades 8.5.4

6. Para a ddp trabalhada no experimento, calcule a resistência mínima para aqual a leitura do amperímetro atingirá o fundo de escala, para cada fundo deescala do amperímetro. Qual a importância de conhecermos este valor?

# *EXPERIMENTO 8*

## *CONSTANTE DE TEMPO CAPACITIVA EM UM CIRCUITO RC*

### *9.1 Objetivos*

- Determinar a capacitância através da medida da constante de tempo em umcircuito resistivo-capacitivo (R-C).

### *9.2 Equipamentos*

- Capacitor com capacitância conhecida ($C = 2000\mu F$);
- Capacitor com capacitância desconhecida;
- Fonte de alimentação $DC$,12 $V$;
- Placa de conexão;
- Chave de circuito;
- Resistor de alguns $k\Omega$;
- Voltímetro;
- Cronômetro.

### *9.3Introdução*

Neste experimento determinamos a capacitância de um capacitor medindo-se a constantede tempo no processo de descarregamento do mesmo sobre um resistor conhecidoe um voltímetro. Em um circuito RC o capacitor é ligado em série com um resistor e a corrente de descarga do capacitor é descrita como sendo [2]

$$i = i_0 e^{-t/RC} \tag{9.1}$$

onde$i_0$ é a corrente inicial,$R$ é a resistência no circuito e $C$ a capacitância do capacitor. O produto entre $R$ e$C$ é definida como constante de tempo do circuito, $\tau$, que é o tempo necessário para o capacitor descarregar totalmente.

[2]NUSSENZVEIG, H. M. Curso de Física Básica – vol. 3

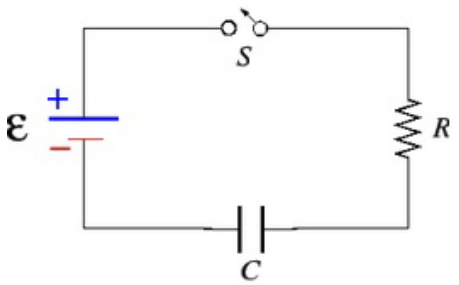


Figura 9.1: Circuito RC.

com a lei de ohm é possível mostrar que a queda de tensão nos terminais do resistor pode ser escrita como

$$V = V_0 e^{-t/RC} \tag{9.2}$$

com $V_0$ a tensão inicial.

## *9.4Descrição Experimental*

Monte o circuito representado na Fig. 9.2 com o capacitor cuja capacitância é conhecida. Antes de ligar o circuito, meça com o voltímetro o valor da tensão fornecida pela fonte (você pode ajustar esse valor em 10 V, por exemplo). Ligue o circuito e espere um tempo necessário para o capacitor estar completamente carregado. Qual o valor da ddp nos terminais do capacitor nesse caso? Retire o capacitor do circuito e conecte-o ao voltímetro, ainda com o circuito aberto. Feche o circuito e com o cronômetro meça em intervalos de tempo regulares a leitura do voltímetro até atingir o valor igual a 37% do valor inicial ou menos e, com estes dados, determine $RV$ via regressão exponencial.$RV$ é a resistência interna do voltímetro que neste caso não é ideal. Estime o desvio associado nessa determinação, para tanto considere a capacitância fornecida pelo fabricante como exata.

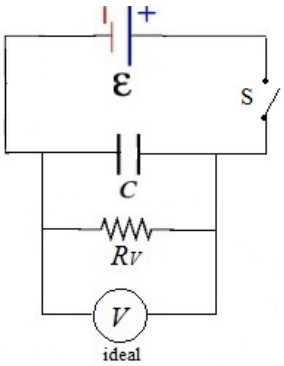


Figura 9.2 : Montagem experimental.

Mantendo a tensão anterior, monte o circuito representado na Fig. 9.2, com um valor de resistência conhecida. Novamente ligue a fonte (chave na posição 1) e espere o tempo necessário para o capacitor estar completamente carregado (tome cuidado para

manipular o voltímetro no mesmo fundo de escala. Após posicione a chave na posição 2 e repita o procedimento anterior.

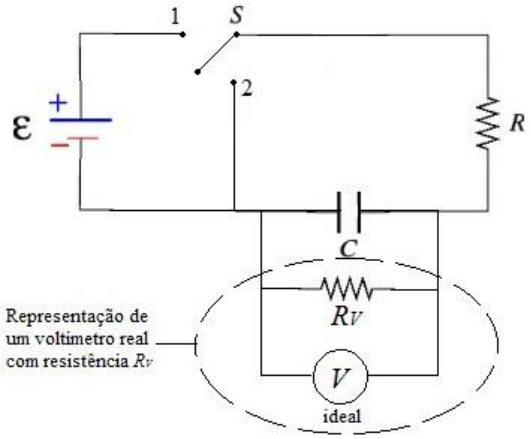


Figura 9.3: Segunda montagem

## *9.5Atividades e Questões*

Construa gráficos de $Vxt$ e via regressão linear determine o valor de $RV$ e da constante de tempo em cada montagem. O que você pode dizer sobre estes valores.Determine o comportamento da corrente em cada circuito. O valor é coerente com a teoria. O que pode-se afirmar sobre a energia armazenada sobre o capacitor? Quais os foram os erros esperados, estão de acordo com o fornecido pelo fabricante?

# *APÊNDICE A*

## Métodos Dos Mínimos Quadrados

### *A.1 Introdução*

Nas experiênciasem física 1,geralmente medimos duas grandezas $x$ e $y$ que, segundo o modelo,deveriam relacionar-se de uma maneira linear, ou seja, sua relação era do tipo $y = ax + b$. De posse devários pontos experimentais $(x, y)$ pretendíamos determinar os valores dos coeficientes $a$ e $b$.Contudo, ao construirmos um gráfico desses pontos, descobrimos que eles não se alinhavamperfeitamente, formando uma reta, mas apresentavam certa aleatoriedade em sua distribuição. Naverdade, já deveríamos esperar por isso, pois esses pontos são pontos experimentais e suas medidasestão sujeitas a erros aleatórios. Devido à distribuição dos pontos, várias retas com diferentescoeficientes $a$ e $b$, poderiam ser boas candidatas para descrever o comportamento de nossos pontosexperimentais. Precisávamos, portanto, descobrir qual era a reta que melhor se ajustava aos pontosexperimentais.Essa é uma situação comum no laboratório: temos um conjunto de pontos experimentais $(x, y)$e gostaríamos de obter a melhor função $f(x)$ para descrever esses pontos. Esse procedimento échamado de regressão ou ajuste de curva.

Naturalmente, a primeira pergunta que deve passar por suacabeça é: que critério deve ser usado para definir objetivamente o que é a melhor função? Geralmente,usamos como critério o princípio de máxima verossimilhança. Admitimos que, ao realizarmos umconjunto de medidas, ocorre o resultado que tem maior probabilidade de ocorrer.

Note que isso não acontece necessariamente. No entanto, essa ainda parece ser a melhor hipótese a ser feita. Segundo esse princípio, a melhor função $f\ (x)$ é aquela para a qual a probabilidade de ocorrência de um dado conjunto de pontos experimentais é máxima, quando tal função é considerada como a verdadeira.

É importante notar que este critério estatístico não permite ajustar uma função arbitrária a um conjunto de pontos experimentais. Por isso o que se considera é o ajuste de uma função particular, dentro de uma família de funções com forma pré-determinada, aos pontos experimentais. Por exemplo, procura-se determinar entre todas as retas $y = ax + b$, quais os valores particulares dos coeficientes $a$ e $b$ que melhor se ajustam aos pontos experimentais.

O método dos mínimos quadrados estabelece que se certo número de medidas é realizado de uma mesma quantidade física e se estas medidas estão sujeitas a erros aleatórios apenas, então a teoria dos mínimos quadrados estabelece que o valor mais

provável da quantidade medida, é aquela que faz a soma dos quadrados dos erros um mínimo[3]. Ele se baseado no princípio de máxima verossimilhança e que pode ser aplicado quando as distribuições de erros experimentais são gaussianas. O que, na prática, acontece frequentemente. Além disso, a melhor função $f(x)$, deve ser determinada a partir de uma função tentativa $f(x) = (x; a_1, a_2, \dots, a_n)$, previamente escolhida. Isso significa que as variáveis a serem ajustadas são os parâmetros$a_1, a_2, \dots, a_n$. Como exemplo, considere que num processo de medida de duas grandezas $x$ e $y$, obtemos um conjunto de $n$ pontos experimentais que designaremos por,

$$\{x_1, y_1, \sigma_1\}, \{x_2, y_2, \sigma_2\}, \dots, \{x_n, y_n, \sigma_n\}$$

onde a variável independente $x_i$ é considerada isenta de erros e a variável $y_i$ tem incerteza estatística dada pelo desvio padrão $\sigma_i$. Na prática, a variável $x_i$ também apresenta erros estatísticos. Quando esses erros forem significativos, eles podem ser transferidos para a variável $y_i$ através das regras de propagação de erros.

Considere, agora, o ponto experimental$\{x_i, y_i, \sigma_i\}$. Como estamos considerando que a distribuição estatística de $y_i$ é gaussiana, entãoa probabilidade $\sigma_i$ de ocorrência desse ponto é determinada pela função gaussiana de densidade de probabilidade correspondente a:

$$P_i = \frac{C}{\sigma_i} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y_i - \mu_i}{\sigma_i}\right)^2} \tag{A.1}$$

onde $\mu_i$ é o valor médio verdadeiro correspondente a $y_i$ e $C$ é uma constante de normalização. Como a probabilidade total $P$ de ocorrência do conjunto dos $n$ pontos experimentais é o produto das probabilidades de ocorrência de cada ponto, pois eles são estatisticamente independentes, temos que:

$$P = \prod_{i=1}^{n} P_i = \frac{C^n}{\sigma_{1,}, \sigma_{2,}, \dots \sigma_{n,}} exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i - \mu_i}{\sigma_i}\right)^2\right] \tag{A.2}$$

Se substituirmos o valor médio verdadeiro $\mu_i$ pela função tentativa $f(x) = (x; a_1, a_2, \dots, a_n)$,teremos:

[3]Introdução ao Laboratório de Física Experimental; Klemensas R. Juratis, João B. Domiciano

$$P = \prod_{i=1}^{n} P_i = \frac{C^n}{\sigma_{1,}, \sigma_{2,}, \dots \sigma_{n,}} exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i - \mu_i}{\sigma_i}\right)^2\right]$$
$$= \frac{C^n}{\sigma_{1,}, \sigma_{2,}, \dots \sigma_{n,}} exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i - f(x; a_1, a_2, \dots, a_n)}{\sigma_i}\right)^2\right] \quad \text{(A.3)}$$
$$= \frac{C^n}{\sigma_{1,}, \sigma_{2,}, \dots \sigma_{n,}} exp\left[-\frac{1}{2}\chi^2\right]$$

com

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i - f(x; a_1, a_2, \dots, a_n)}{\sigma_i}\right)^2 \quad \text{(A.4)}$$

Segundo o princípio da máxima verossimilhança, a função $f(x; a_1, a_2, \dots, a_n)$ quemelhor se ajusta aos pontos experimentais é aquela que maximiza a probabilidade total $P$, se forconsiderada como a função verdadeira. Portanto, tudo o que devemos fazer é determinar os parâmetros$a_1, a_2, \dots, a_n$ que maximizam $P$. Devido à exponencial na expressão acima para $P$, essaprobabilidade é uma função decrescente de $\chi^2$. Portanto, para maximizar $P$, basta minimizar$\chi^2$em relação aos parâmetros $a_1, a_2, \dots, a_n$.

## *A.2 Regressão Linear*

O problema da minimização de $\chi^2$ no método dos mínimos quadrados se torna especialmentesimples quando a função tentativa representa uma reta, ou seja, $f(x) = ax + b$. O problema do ajuste deuma reta a um conjunto de dados experimentais se chama regressão linear. Como nesse caso a aplicação do método dos mínimos quadrados é bastante simples, vamos realizá-la aqui explicitamente para que você tenha uma idéia de como o método funciona.Nosso problema consiste em minimizar a expressão

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{y_i - (ax_i + b))}{\sigma_i}\right]^2 \quad \text{(A.5)}$$

em relação aos parâmetros $a$ e $b$. Para isso, vamos derivar $\chi^2$ em relação a $a$ e a$b$e igualar essas derivadas a zero:

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a} = -2\sum_{i=1}^{n}\frac{[y_i - (ax_i + b)]}{\sigma_i^2}x_i = 0 \quad \text{(A.6)}$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial b} = -2\sum_{i=1}^{n} \frac{[y_i - (ax_i + b)]}{\sigma_i^2} = 0 \tag{A.7}$$

Reagrupando os termos

$$a\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2} x_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2} x_i y_i \tag{A.8}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2} x_i + b\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2} y_i \tag{A.9}$$

o que temos então são duas equações e duas incógnitas, logo para simplificar a notação vamos adotar

$$S_\sigma = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2} \; ; \; S_x = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2} x_i \; ; \; S_{x^2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2} x_i^2 \; ; \; S_y = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2} y_i \; ; \; S_{xy} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2} x_i y_i \tag{A.10}$$

obtendo um sistema de equações que podem ser resolvidas:

$$aS_{x^2} + bS_x = S_{xy} \tag{A.11}$$

$$aS_x + bS_\sigma = S_y \tag{A.12}$$

**Exemplo A.2.1**: Durante uma medida um grupo de alunos coletou oito pontos que estão apresentados na tabela a seguir,

| ***n*** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ***x*** | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
| ***y*** | 2 | 5 | 6 | 7 | 10 | 13 | 14 | 15 |

**Tabela A.1: Pontos experimentais coletados**

observando que o comportamento dos pontos obedece a equação da reta e que o erro do instrumento de medida utilizado é de 0,5, utilize uma folha de papel milimetrado e com o método do gráfico determine os coeficientes$a$ e $b$ da reta. Após isto utilize o método dos mínimos quadrados e compare os dois resultados.

Sabemos que a relação entre o índice de refração da luz em meios materiais e o comprimento de onda,pode se descrita na região do visível pela fórmula de Cauchy:

$$n(\lambda) = \frac{a}{\lambda^2} + b \tag{A.13}$$

que pode ser linearizada se fizermos a mudança de variável $x = \lambda^{-2}$ e obter a equação de uma reta $n(\lambda) = ax + b$. Utilize o método dos mínimos quadrados e determine os coeficientes $a$ e$b$.

## *A.3 Erros*

As grandezas $a$ e$b$ foram obtidas em função das variáveis $y_i$ que possuem incertezas estatísticas $\sigma_i$.Portanto, $a$ e$b$ também estão sujeitas a erros estatísticos. Suas incertezas podem ser computadasatravés da fórmula de propagação de erros:

$$\sigma_a^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial a}{\partial y_i}\right)^2 \sigma_i^2 \tag{A.14}$$

$$\sigma_b^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial b}{\partial y_i}\right)^2 \sigma_i^2 \tag{A.15}$$

como as grandezas $a$ e $b$ foram obtidas através das mesmas grandezas $y_i$, elas devem estarestatisticamente correlacionadas.

**Exemplo A.3.1**: Utilize os dados dos exercícios anteriores e determine os erros dos coeficientes $a$ e$b$.

Apesar deste procedimento em determinar os erros da medida, ele por si só não indica o quanto a reta como um todo se ajustou aos pontos experimentais, ou seja, precisamos determinar critérios para o desvio padrão do ajuste linear. Um destes critérios é o $\chi^2$ reduzido, definido como

$$\sigma(n_p) = \sqrt{\frac{1}{n - N_P} \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{y_i - (ax_i + b)}{\sigma_i}\right]^2} \tag{A.16}$$

onde $N_P$ é o número de parâmetros da função ajustada, o que para a regressão linear $N_P = 2$.

Outro critério é denominado de coeficiente de correlação linear $R$, que associado ao ajuste linear deve levar em conta o peso associado a cada par de dados, logo devemos encontrar as médias aritméticas ponderadas para os valores de $x$ e de $y$. Podemos determiná-las através das expressões

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2} x_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2}} \tag{A.17}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2} y_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2}} \tag{A.18}$$

Assim o coeficiente de correlação de Pearson $R^2$ é definido pela relação entre a covariância das coordenadas $x$ e $y$.

$$cov(x,y) = \sigma_{xy}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{x_i - \bar{X}}{\sigma_i}\right)\left(\frac{y_i - \bar{Y}}{\sigma_i}\right)\right] \tag{A.19}$$

e o produto das variâncias de cada coordenada

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - \bar{X}}{\sigma_i}\right)^2 \tag{A.20}$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i - \bar{Y}}{\sigma_i}\right)^2 \tag{A.21}$$

ou seja, a relação é descrita por

$$R = \frac{\sigma_{xy}}{\sqrt{\sigma_x \sigma_y}} \tag{A.22}$$

onde seu valor deve estar entre $-1 \leq R \leq +1$.

**Exemplo A.3.3**: Com os dados da tabela abaixo, determine todos os parâmetros relacionados com o ajuste linear a partir do método dos mínimos quadrados.

**Tabela A.3: Exemplo de dados experimentais para o tratamento estatístico de ajuste de uma reta**

| Dados Experimentais | | |
|---|---|---|
| $x_i$ | $y_i$ | $\sigma_i$ |
| 0,0 | 1,2 | 0,05 |
| 1,0 | 2,8 | 0,06 |
| 2,0 | 5,0 | 0,08 |
| 3,0 | 7,2 | 0,09 |
| 4,0 | 8,8 | 0,1 |

## *A.4 Uso de microcomputador no registro e análise de dados experimentais*

Atualmente com o avanço tecnológico, o número de pontos medidos tornam-se cada vez maiores, o que exigiria um demanda de cálculos grande, por isto apresentaremos nesta seção alguns passos básicos para análise de pontos experimentais com o auxílio de um microcomputador. Existem alguns programas específicos para esta função, o próprio Excel da Microsoft pode realizar a regressão linear se a versão contiver estes pacotes. Mas como o Excel é um programa destinado a economista e ele apresenta algumas limitações em seu uso. Logo, dispomos de programas cujo objetivo é a análise e registro de dados, como o Origin™, uma versão comercial e muito difundida entre cientistas e engenheiros. Mas temos também versões freeware como

SciDavis (freeware) que contêm todas as funcionalidades de uma versão comercial. Este programa pode ser baixado diretamente no site http://scidavis.sourceforge.net/.

# *APÊNDICE B*

## Tabela com as Principais Constantes Físicas e Conversões

### *B.1 Constantes Físicas*

| Item | Nome | Símbolo | Valor |
|---|---|---|---|
| 01 | Velocidade da luz (vácuo) | $c$ | 2,99792458 x $10^8$ m/s |
| 02 | Módulo da carga do elétron | $e$ | 1,6021773349 x $10^{-19}$ C |
| 03 | Constante Gravitacional | $G$ | 6,6725985 x $10^{-11}$ N.m$^2$/kg$^2$ |
| 04 | Constante de Planck | $h$ | 6,626075540 x $10^{-34}$J.s |
| 05 | Constante de Boltzmann | $k$ | 1,38065812 x $10^{-23}$ J/K |
| 06 | Aceleração da gravidade Terrestre | $g$ | 9,80665 m/s$^2$ |
| 07 | Constante dos gases | $R$ | 8,31451070 J/mol.K |
| 08 | Massa do elétron | $m_e$ | 9,109389754 x $10^{-31}$ kg |
| 09 | Massa do próton | $m_p$ | 1,672623110 x $10^{-27}$ kg |
| 10 | Permeabilidade do vácuo | $\mu_0$ | $4\pi$ x $10^{-7}$Wb/A.m |
| 11 | Permissividade do vácuo | $\epsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$ | 8,854187817 x $10^{-12}$ C$^2$/N.m$^2$ |
| 12 | Permissividade do vácuo | $k_0 = 1/4\,\pi\epsilon_0$ | 8,987551787 x $10^9$ N.m$^2$/C$^2$ |
| 13 | Energia de repouso do elétron | $m_e\, c^2$ | 0,5109990615 MeV |
| 14 | Zero absoluto | $0\ K$ | -273,15°C |
| 15 | Campo magnético terrestre (pólo) | $B$ | ≅ 70.000 x $10^{-9}$ Tesla (T) |
| 16 | Campo magnético terrestre (equador) | $B$ | ≅ 35.000 x $10^{-9}$ Tesla (T) |

### *B.2 Relações de conversão de grandezas Físicas*

| Item | Valor | Grandeza | Valor |
|---|---|---|---|
| 01 | 1 caloria (cal) | Energia | 4,186 Joules ( J) |
| 02 | 1 quilowatt-hora (kWh) | Energia | 3,600 x $10^6$ Joules (J) |
| 03 | 1 atmosfera (atm) | Pressão | 1,013 x $10^5$ Pascal (Pa) |
| 04 | 1 eletro-volt (eV) | Massa/Energia | 1,074 x $10^{-9}$ unidade massa (u.m.) |
| 05 | 1 angstrom ($\dot{A}$) | Comprimento | 1,0 x $10^{-10}$ metros (m) |
| 06 | 1 unidade de massa (u.m.) | Massa | 1,661 x $10^{-27}$ quilograma (kg) |
| 07 | 1 eletro-Volt (eV) | Energia | 1,6021773349 x $10^{-19}$ Joules (J) |
| 08 | 1 radiano | Ângulo | 57,29° (graus) |
| 09 | 1 Gauss | Campo magnético | 1 x $10^{-4}$ Tesla |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 10 | 1 cavalo-vapor (CV) | Potência | 745,7 Watts (W) |
| 11 | 1 Newton (N) | Força | 102,0 grama-força (gf) |
| 12 | 1 Weber/metro$^2$ (Wb/m$^2$) | Eletricidade/Magnetismo | 1 Tesla = 1 x $10^4$ Gauss |

# *APÊNDICE C*

## Orientações para Atividades de Laboratório

### C.1 O Modelo de Relatório

As aulas experimentais realizadas nos laboratórios de Física requerem dos estudantes a apresentação de um relatório que contenha os passos do trabalho realizado nas bancadas, bem como a apresentação organizada dos dados experimentais e as possíveis análises e representações gráficas.

Neste roteiro estamos sugerindo algumas normas que usualmente são utilizadas para a elaboração de relatórios. Com isso pretendemos auxiliá-los nesta importante tarefa didática, ao mesmo tempo em que ocorrerá um primeiro contato com a elaboração de trabalhos científicos, ampliando os conhecimentos adquiridos nas aulas teóricas e, fundamentalmente, contribuindo para a sua formação geral e profissional.

Esse roteiro pretende servir de modelo para a confecção dos relatórios, mas não inviabiliza possíveis variações e acréscimos por parte das equipes. Lembre-se que a criatividade e a autonomia nas ações é o diferencial de qualquer trabalho.

### C.2 Passos para a Elaboração:

1. Identificação dos Autores

Identificar os autores participantes da aula prática e da confecção do relatório.

2. Título do Experimento

Neste item o autor deverá deixar claro o título do experimento, de tal modo que o leitor saiba a primeira vista o que foi investigado.

3. Objetivo

Indicar de forma sucinta os objetivos do trabalho.

4. Introdução

Fazer um pequeno resumo de todo o relatório dizendo de forma reduzida o que será apresentado nas secções seguintes.

5. Fundamentação teórica

Teoria que se pretende comprovar na prática, ou seja, aquela teoria que fundamenta os cálculos efetuados, os fenômenos observados, etc. Ao ler este item o leitor deverá se sentir esclarecido sobre os fundamentos teóricos que

servirão como base para o experimento a ser realizado.

6. Material Utilizado

Neste item o autor deve listar todo o material e equipamento utilizado na realização do experimento, não esquecendo as especificações técnicas, marcas, modelos, etc.

7. Procedimento Experimental

Descrever o procedimento experimental usado, detalhar todos os passos executados na obtenção dos dados experimentais. Incluir diagramas experimentais utilizados.

7.1. Dados Experimentais

Apresentar de forma clara todos os resultados experimentais obtidos e respectivos erros de leitura, sob a forma mais conveniente: tabelas, gráficos, filmes, sons, etc.

7.2. Tratamento e Análise dos dados experimentais

Efetuar e apresentar todos os cálculos necessários à obtenção dos resultados pretendidos e respectivas incertezas. Calculo dos erros, representações gráficas, análises dimensionais, etc. Este tópico constitui uma das parte mais importante do relatório.

8. Discussão e Conclusão

Resumir e comentar os resultados obtidos, comparando-os com os valores previstos. Analisar o cumprimento do objetivo proposto para o trabalho. Enumerar as principais causas de erros experimentais e possíveis métodos de evitar ou minorar. Fazer uma análise crítica do conjunto do trabalho. Este tópico permite avaliar o grau de compreensão do experimento e é um diferencial entre os diferentes grupos de alunos.

9. Referências Bibliográficas

Listar os livros, tabelas, manuais, artigos científicos que serviram de consulta para a elaboração do relatório. A bibliografia deve ser listada em ordem alfabética e de acordo com as normas da “ABNT” (Associação Brasileira de Normas Técnicas). Veja a seguir alguns exemplos de referências.

- Exemplo de livro:

GASPAR, Alberto. *Física, Eletromagnetismo: Física Moderna*. Vol. 3. Ed. Ática. Vol. 3, p.23, 2000

- Artigos de Periódicos (On-line):

AUTOR. Título do artigo. Título da publicação seriada, local, volume, número, mês ano. Paginação ou indicação de tamanho. Disponível em: <Endereço eletrônico>. Acesso em: data.

Exemplo:

MALOFF, Joel. A internet e o valor da "internetização". Ciência da Informação, Brasília, v. 26, n. 3, 1997. Disponível em: <http://www.ibict.br/cionline/>. Acesso em: 18 maio 1998.

- Homepage:

AUTOR. Título. Informações complementares (Coordenação, desenvolvida por, apresenta..., quando houver etc). Disponível em:.<Endereço>. Acesso em: data.

Exemplo:

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA. Biblioteca Universitária. Serviço de Referência. Catálogos de Universidades. Apresenta endereços de Universidades nacionais e estrangeiras. Disponível em: <http://www.bu.ufsc.br>. Acesso em: 19 maio 1998.

10. Apêndices

Incluir neste item os gráficos construídos a partir dos dados, tabelas que foram verificados no experimento realizado.

11. Anexo

Neste item devem ser apresentados dados, tabelas, gráficos etc., de outros autores. Ex.: tabela de densidades dos sólidos, gráfico da órbita de um planeta, etc.

Observações:

- ✓ Acrescentar no relatório todas as informações que possam servir para ajudar na compreensão do trabalho experimental.
- ✓ O relatório não deve, em nenhuma hipótese, ser a cópia do roteiro.
- ✓ Salientamos que o relatório será feito na primeira pessoa do plural, com letra legível quando não for possível a digitação.
- ✓ A ausência da folha de dados assinada pelo professor no apêndice do relatório implicará a não correção do mesmo.
- ✓ Quando for solicitado gráfico, representá-lo em papel milimetrado.
- ✓ Qualquer outro esclarecimento, procure o professor.

## Referências


- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física: Eletromagnetismo**, Volume 3, 9ª edição, LTC, 2012.
- YOUNG, H.; FREEDMAN, R. **Física III: Eletromagnetismo – Sears &Zemansky**, 12ª edição, Pearson, 2009.
- NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica – vol. 3**, 1ª edição, Blucher, 1997.