Roteiro de atividades para as aulas de laboratório de Pesquisa Operacional

1ª edição

Prof. M. Sc. Rolando Restany

Alagoinhas, 2016

1. Apresentação

O presente roteiro é o resultado de um planejamento para as aulas de laboratório das disciplinas Pesquisa Operacional I e II do curso de Engenharia de Produção da Faculdade Santíssimo Sacramento.

O uso de programas computacionais para solução de Problemas de Programação Linear (PPL), tem sido utilizados amplamente em cursos de Engenharia, Administração e Ciências Contábeis, dentre outros; como alternativa rápida e eficaz nos estudos dos mais diversos problemas que envolvem otimização.

Aqui, neste texto, abordamos o uso do MS Solver nas nossas aulas de laboratório, que é um suplemento (add in) do Excel, sendo fornecido junto com o pacote Office e pouco conhecido dos estudantes de Pesquisa Operacional; bem como do software Lingo 15.0 (versão mais recente disponível por ocasião da elaboração desse roteiro), que é uma ferramenta simples, mais poderosa, e gratuita, para estudo e resolução de PPL, problemas de programação não linear (PNL) e programação mista inteira não linear (PMINL). Ambos foram escolhidos por apresentarem boa performance na solução dos diversos tipos de problemas já citados, sem acréscimos de custo para o estudante.

O roteiro está dividido em aulas que abordam os procedimentos a serem realizados em cada experimentação computacional, organizadas em ordem cronológica de conteúdos, iniciando com as aulas laboratoriais de Pesquisa Operacional I e em seguida de Pesquisa Operacional II.

Espero que esse roteiro seja de grande ajuda para os estudantes de Engenharia da FSS e ao mesmo tempo, contamos com a crítica, correções e sugestões dos mesmos, a fim de melhorá-lo continuamente.

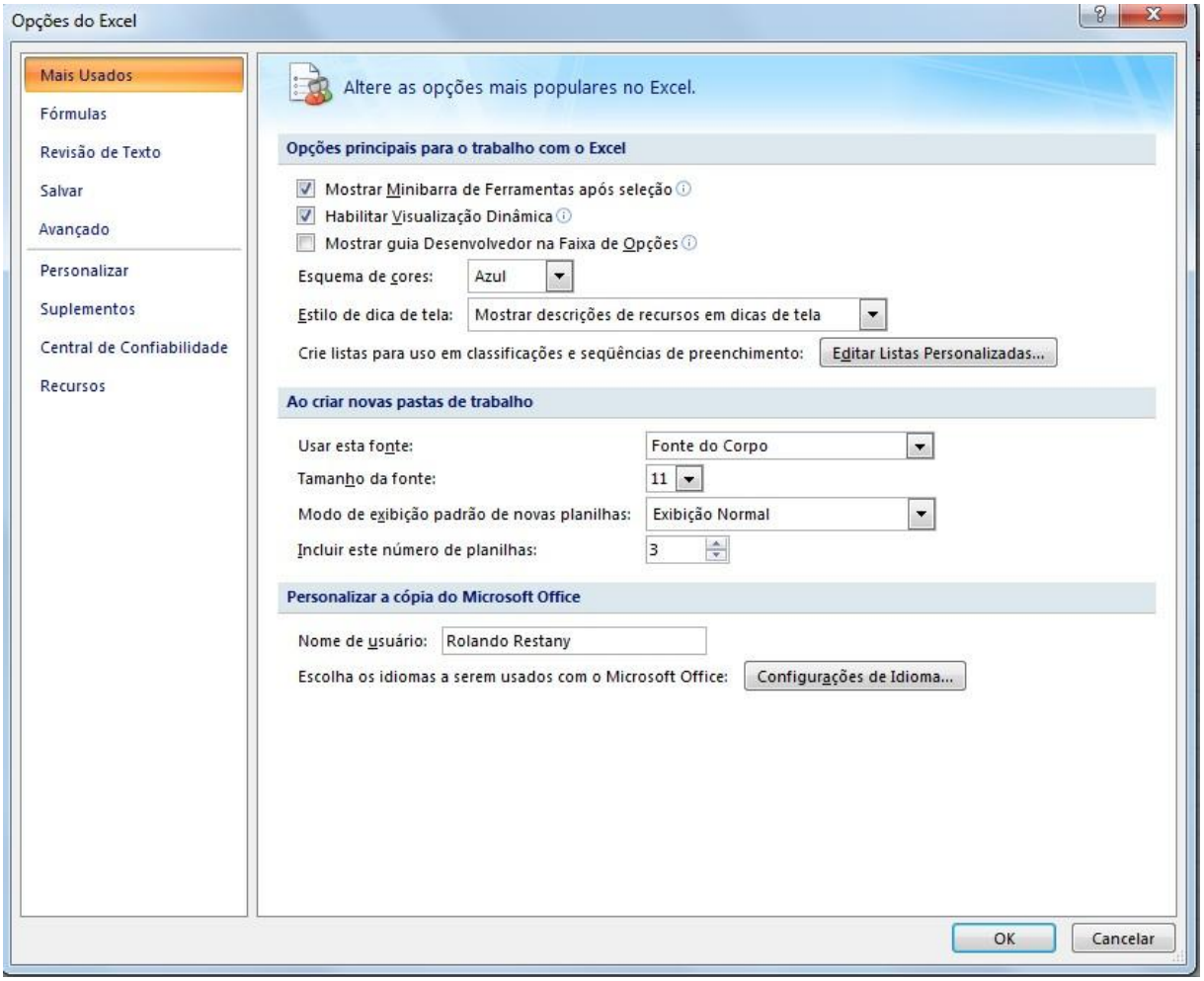
Desejo a todos bom trabalho e estudo!

Prof. Me.Rolando Restany

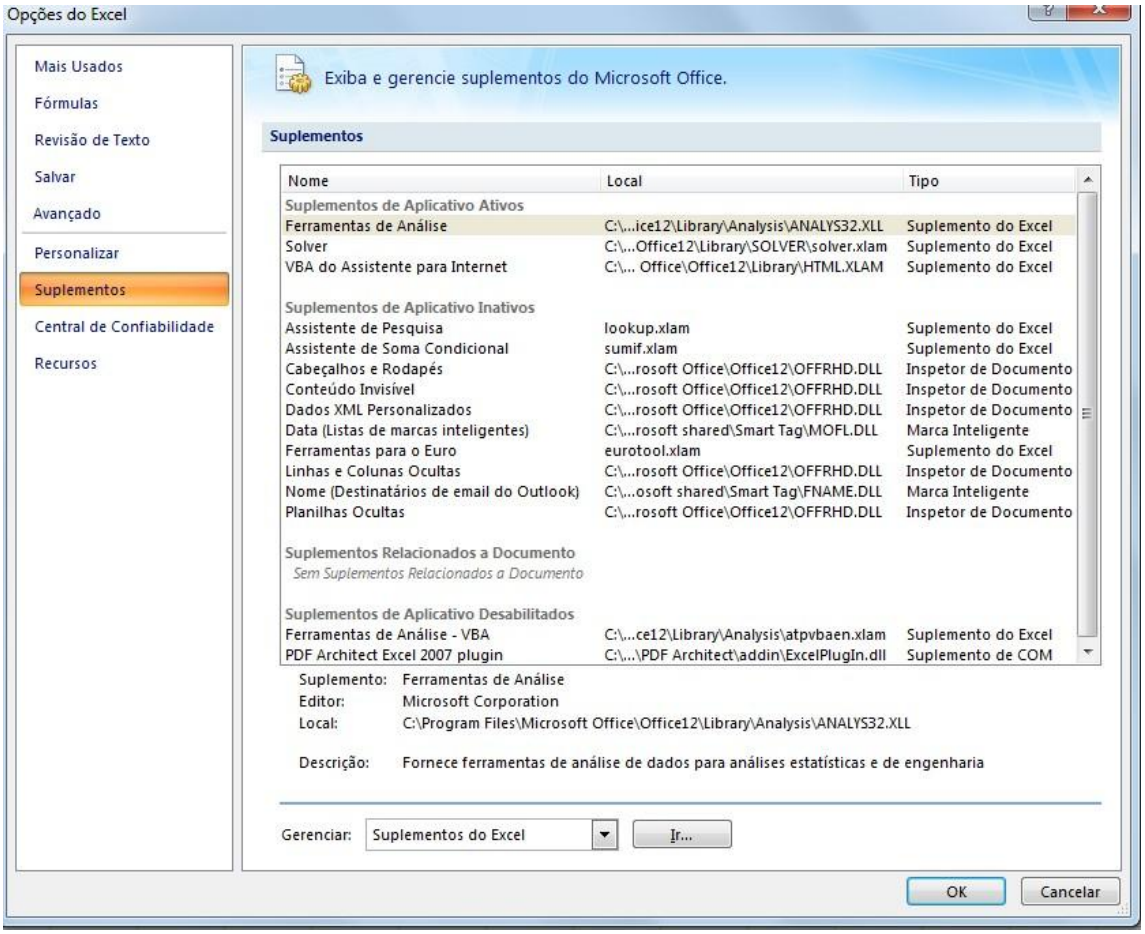
2. Habilitando a ferramenta Solver no Excel

Inicialmente precisamos habilitar o uso da ferramenta Solver, pois esse suplemento não vem originalmente habilitado no Excel. Para isso, executaremos os seguintes passos:

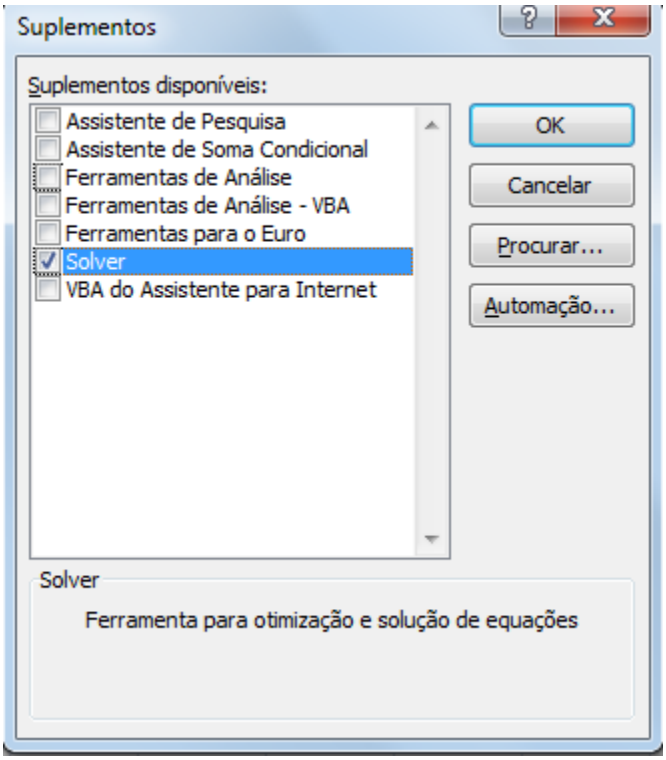
a) Clique no **Botão do Microsoft Office** e, em seguida, clique em **Opções do Excel**. A seguinte caixa será apresentada:



b) Clique em **Suplementos** e, localizada na base da mesma caixa na opção **Gerenciar**, selecione **Suplementos do Excel** , em seguida clique no botão I**r...**.

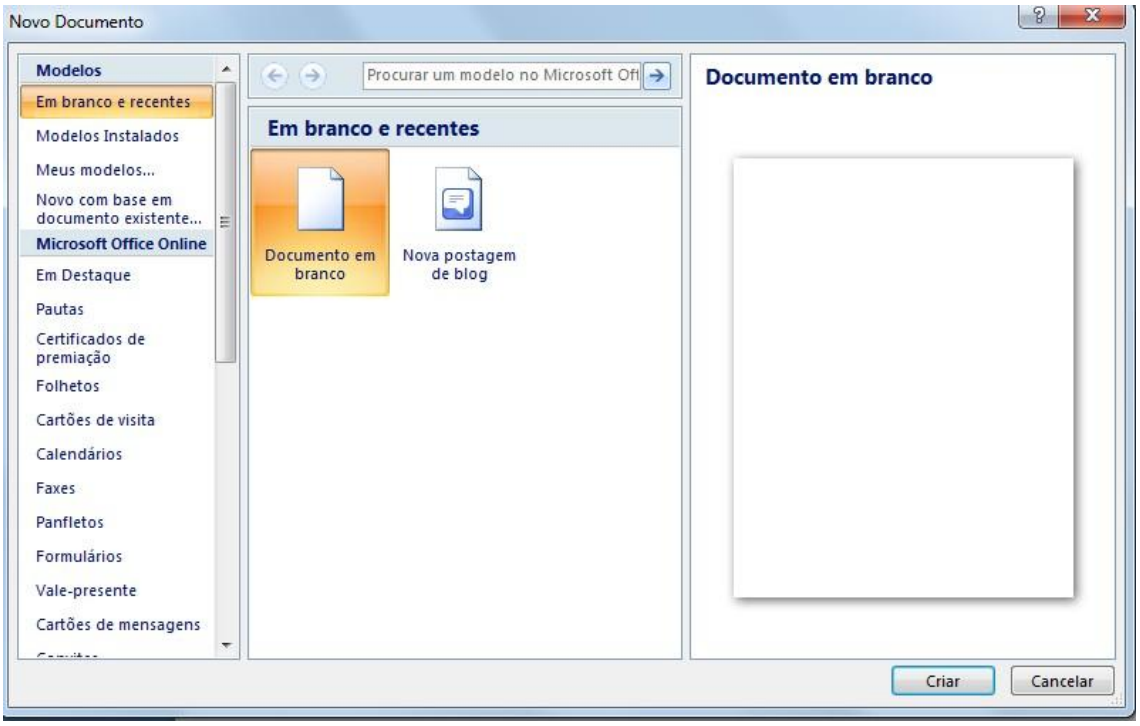


c) Na caixa **Suplementos**, marque a caixa de seleção **Solver** e clique em **OK**.



d) Depois de carregar o Solver, verifique que o comando **Solver** torna-se disponível no grupo **Análise**, na guia **Dados**.

e) Uma vez instalado a ferramenta Solver, iremos organizar a planilha na qual iremos trabalhar. Para isso clique em  , em seguida clique obedecendo a sequência clique em: **Novo → Pasta de trabalho em branco →Criar**

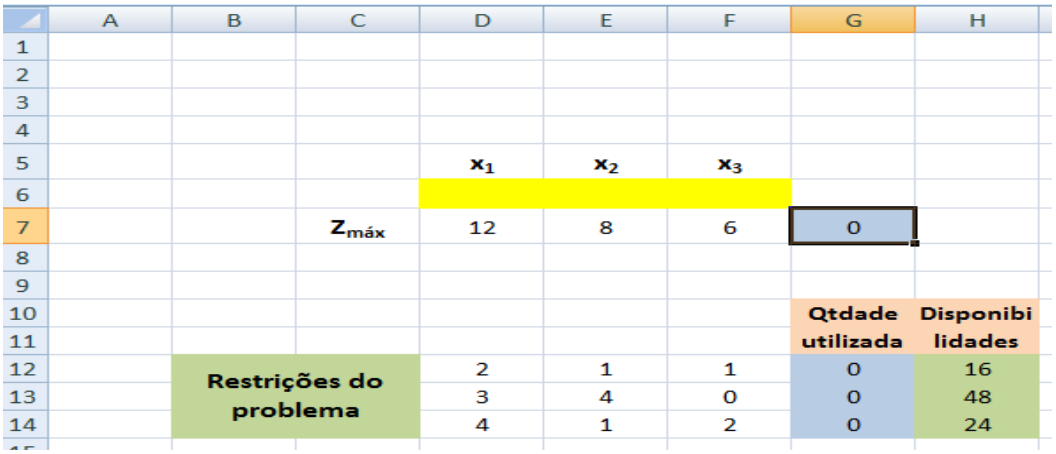


3. Aula 01 - Resolvendo um Problema de Programação Linear:

Nesta aula de laboratório, iremos utilizar o MS-Excel, através da ferramenta Solver, já devidamente instalada conforme orientação no item anterior; para resolver o seguinte PPL: Máx. $Z = 12x_1 + 8x_2 + 6x_3$ sujeito às seguintes restrições:

- $2x_1 + x_2 + x_3 \leq 16$;
- $3x_1 + 4x_2 \leq 48$;
- $4x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 24$, com $x_1, x_2, x_3 \geq 0$.

Uma vez criada a nova pasta de trabalho em branco (item "e" da seção 2); vamos organizar os dados do problema apresentado, nas seguintes células da planilha 1, conforme a figura abaixo. Para efeito didático, mantenha as mesmas linhas e colunas.

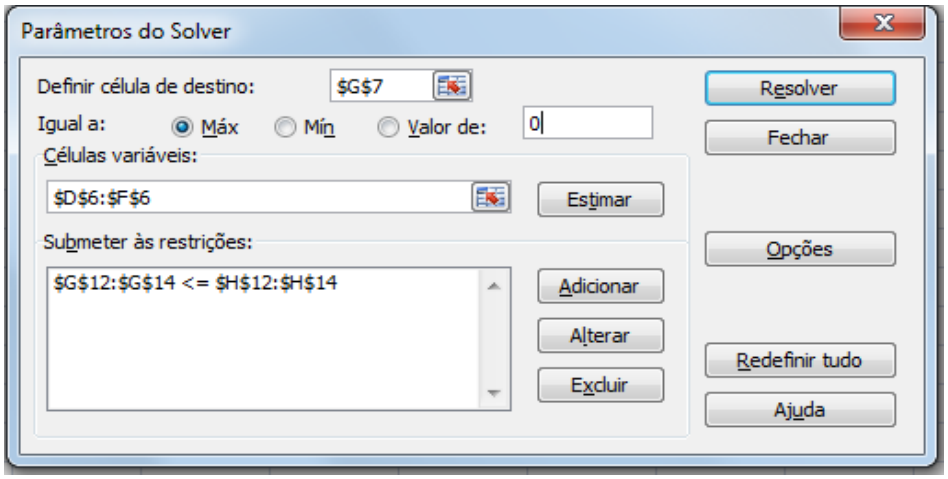


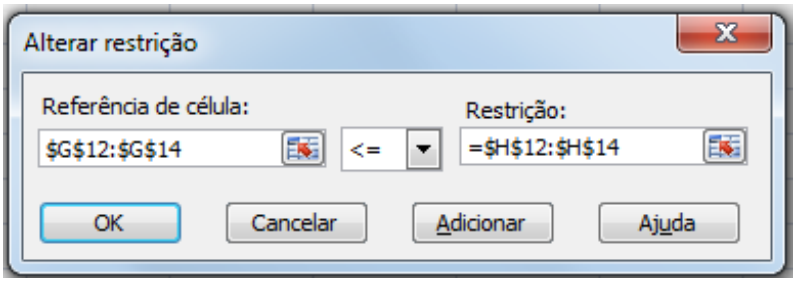
Agora, faremos a inserção das fórmulas necessárias para que o Solver realize os cálculos desejados. Para isso, em cada célula especificada no quadro a seguir, inserimos a fórmula sinalizada:

CAMPO	CÉLULA	FÓRMULA A SER INSERIDA
Valor da função objetivo	G7	=somarproduto(D7:F7;D6:F6)
Restrições	G12	=somarproduto(D12:F12;D6:F6)
	G13	=somarproduto(D13:F13;D6:F6)
	G14	=somarproduto(D14:F14;D6:F6)

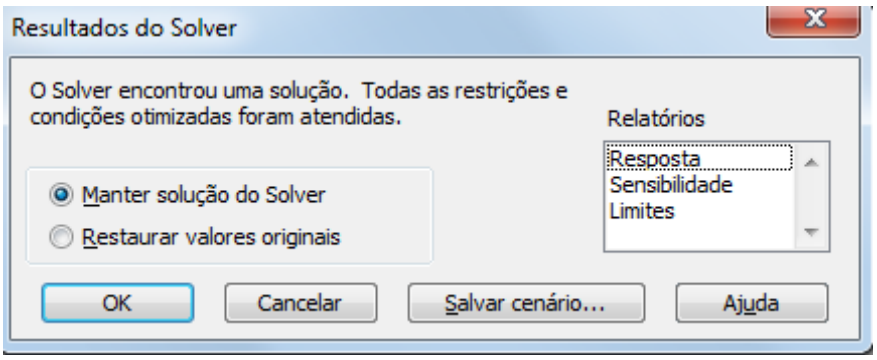
Nosso próximo passo é realizar a programação do Solver. Clique na aba **Dados** e em seguida em **Solver**. Na janela **Parâmetros do Solver** inserimos as seguintes informações do modelo:

1. **Definir célula de destino:** $G$7 (sempre colocando a letra entre cifrões).
2. **Igual a:** Max.
3. **Células variáveis:** $D$6:$F$6.
4. **Submeter às restrições:** Usamos o comando **Adicionar** e inserimos as restrições do modelo: restrições de desigualdade: $G$12:$G$14 <= $H$12:$H$14.





Uma vez finalizado os passos anteriores, clicamos no comando **Resolver**, na janela que se abre marcamos no item **Relatórios** todas as opções disponíveis. Clique em **OK**.



O Solver apresentará o problema na planilha original que foi criada e produzirá mais três planilhas com os relatórios que fornecem detalhes a respeito do problema resolvido. Acompanhe a discussão e interpretação dos mesmos com o professor em sala.

Atividade proposta:

Utilize o MS Solver para resolver o seguinte problema de programação:

A fábrica da Barbosa & Almeida (BA) produz embalagens de vidro por injeção. A BA ganhou recentemente dois novos clientes e pretende alocar essa produção a um dos seus fornos. As encomendas foram de garrafas de Vinho do Porto Ruby Sandeman e de garrafas de litro de azeite Oliveira da Serra. Ambos os clientes compram todas as garrafas que a BA conseguir fabricar.

Devido a diferenças produtivas (número de cavidades e diferentes tempos de ciclo), cada lote de garrafas de Vinho do Porto demora 50 h para produzir, enquanto que para produzir cada lote de garrafas de azeite apenas são necessárias 30 h. Para satisfazer estas duas encomendas o forno tem disponíveis 2.000 h de laboração. Por outro lado, há restrições na capacidade de armazenamento das garrafas, antes da sua expedição. O armazém tem 300 m^3 de espaço disponível e cada lote de garrafas de vinho do Porto ocupa 6 m^3 de espaço no armazém, enquanto cada lote de garrafas de azeite ocupa 5 m^3. Finalmente, há ainda a considerar a capacidade disponível no setor de decoração (etiquetas, embalagem), que é de 200h de laboração. As garrafas de vinho do Porto gastam 3 h por lote e as garrafas de azeite 5 h por lote.

A Barbosa e Almeida quer maximizar o lucro proveniente destas duas encomendas. Sabendo que, o lucro por lote é de 50,00 € 60,00 €, respectivamente; determine a programação de produção de tal forma que esse objetivo seja atingido. Apresente também o lucro atingido.

4. Aula 02 - Mix de produção

Nessa aula utilizaremos o MS Solver para resolver o seguinte problema que diz respeito à produção de diferentes itens em uma determinada fábrica:

Imaginemos que seja pedido a você, como gestor de uma confecção de roupas, determinar a melhor forma de produzir a linha "jeans" da empresa, neste momento, para que a margem de lucro total da produção seja a maior possível. Você, juntamente com o setor de contabilidade da empresa, consegue as seguintes informações financeiras:

Peças	**Saias**	**Bermudas**	**Calças**
Lucro unitário	R$ 2,00	R$ 4,00	R$ 7,00

Ademais, o setor de fabricação, disponibilizou as seguintes informações que dizem respeito às exigências para fabricação de cada uma peças:

Armazenagem(m^3)	4	1	2
Tecido (und.)	1	4	2
Horas-máquinas	1	2	4

A fábrica dispõe de 2.500 m^3 para armazenagem, 4.000 unidades de tecido e 3.500 horas máquinas. Como deve ser programado o mix de produção, para que se obtenha o maior lucro possível, dentro das condições dadas?

Crie uma nova pasta de trabalho, realizando os procedimentos descritos na seção 2, item “e”. Para efeito didático, mantenha as mesmas linhas e colunas, conforme figura a seguir:

A	B	C	D	E	F
	Saias	**Bermudas**	**Calças**		
Quantidades					
Lucro unitário	2	4	7	**Lucro Máximo (FO)**	
Lucro total	0	0	0	0	
				Utilização	**Disponibilidade**
Armazenagem(m^2)	4	1	2	0	2500
Tecido	1	4	2	0	4000
Horas-máquinas	1	2	4	0	3500

Faremos, agora, a inserção das fórmulas necessárias para que o Solver realize os cálculos desejados. Para isso, em cada célula especificada no quadro a seguir, inserimos a fórmula sinalizada:

CAMPO	CÉLULA	FÓRMULA A SER INSERIDA
Valor da função objetivo	E6	=B6 + C6 + D6
Restrições	E11	=somarproduto(B11:D11;$B$4:$D$4)
	E12	=somarproduto(B12:D12;$B$4:$D$4)
	E13	=somarproduto(B13:D13;$B$4:$D$4)

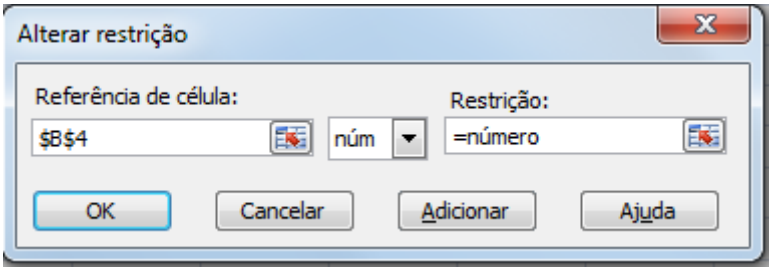
Realizamos, agora, a programação do Solver. Clique na aba **Dados** e em seguida em **Solver**. Na janela **Parâmetros do Solver** inserimos as seguintes informações do modelo:

1. **Definir célula de destino:** $E$6 (sempre colocando a letra entre cifrões).
2. **Igual a:** Max.
3. **Células variáveis:** $B$4:$D$4.
4. **Submeter às restrições:** Usamos o comando **Adicionar** e inserimos as restrições do modelo: restrições de desigualdade: $E$11:$E$13 <= $F$11:$F$13.

Clique no comando **Resolver**, na janela que se abre marque no item **Relatórios** todas as opções disponíveis. Clique em **OK**. O Solver apresentará o problema na planilha original que foi criada e produzirá mais três planilhas com os relatórios que fornecem detalhes a respeito do problema resolvido. Analise o resultado apresentado. Há alguma incompatibilidade do problema com a resposta apresentada? Discuta com o professor.

A	B	C	D	E	F
	Saias	**Bermudas**	**Calças**		
Quantidades	214,2857143	714,2857143	464,2857143		
Lucro unitário	2	4	7	**Lucro Máximo (FO)**	
Lucro total	428,5714286	2857,142857	3250	6535,714286	
				Utilização	**Disponibilidade**
Armazenagem(m^2)	4	1	2	2500	2500
Tecido	1	4	2	4000	4000
Horas-máquinas	1	2	4	3500	3500

Com base na discussão realizada no item anterior, faremos o seguinte ajuste: Vá na aba **Dados** e depois em **Solver**. Na caixa de parâmetros do solver clique em adicionar, na nova caixa que se abre selecione a referência de célula $B$4, escolha a relação núm e a restrição: número aparecerá:



Repita esse procedimento com as outras variáveis de decisão. Ao final, clique em resolver e analise o resultado. O que aconteceu? Em que situações do ambiente de produção podemos fazer uma analogia com o problema estudado? Discuta com o professor.

5. Aula 03 – Utilizando o Lingo 15.0 para resolução de PPL

O Lingo é um software de modelagem e resolução de problemas lineares e não lineares de otimização. Sua versão mais recente, por ocasião da elaboração desse roteiro é a 15.0 que pode ser obtida acessando o endereço: http://www.lindo.com/index.php/ls-downloads/try- lingo.

Um pequeno manual com instruções básicas iniciais pode ser obtido pelo estudante, no site: http://www.decom.ufop.br/marcone/Disciplinas/OtimizacaoCombinatoria/lingo_p.pdf.

Orientações básicas

iniciais

5.1.1.Operadores

Aritméticos:

Operadores aritméticos são aqueles que trabalham com valores numéricos. O Lingo possui cinco operadores aritméticos binários, como mostrado a seguir:

Operador	Descrição

^	exponenciação
*****	multiplicação
/	divisão
+	adição
-	subtração

Operadores Relacionais:

São usados no modelo para especificar se o lado à esquerda de uma expressão deve ser igual, menor ou igual ou maior ou igual ao lado direito. Eles formam as restrições do modelo. Alguns deles são apresentados na tabela que segue:

Operador	Descrição
=	A expressão à esquerda deve ser igual a expressão à direita
<=	A expressão à esquerda deve ser menor ou igual a expressão à direita
>=	A expressão à esquerda deve ser maior ou igual a expressão á direita

Funções Matemáticas:

Há um conjunto padrão de funções matemáticas, algumas das quais são listadas a seguir:

Função	Retorno
@abs(x)	O valor absoluto de x
@cos(x)	O cosseno de x, em que x é um ângulo dado em radianos.
@floor(x)	O menor inteiro mais próximo de x
@log10(x)	Logaritmo de x na base 10
@log(x)	Logaritmo (natural) de x na base e
@smin(x1,x2,..., xn)	O valor mínimo dentre x_1, x_2, ..., e x_n

Funções Objetivo:

A linguagem de modelagem do Lingo permite representar a função objetivo de forma bastante simples e intuitiva:

Função	Retorno
Min	menor valor assumido por uma função linear dada

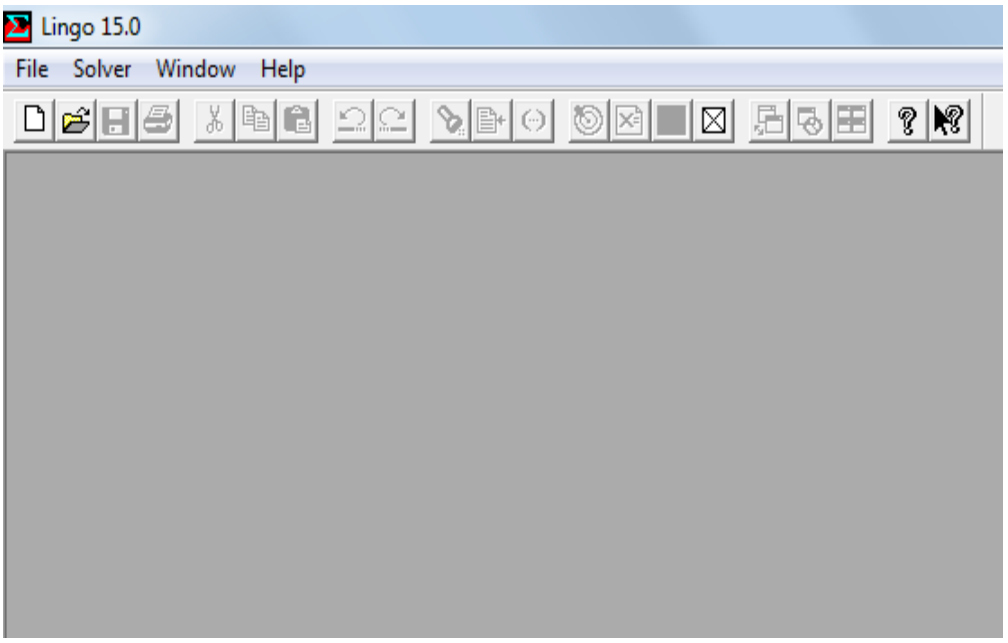
	certas restrições
Max	maior valor assumido por uma função linear dada certas restrições

Funções de Domínio:

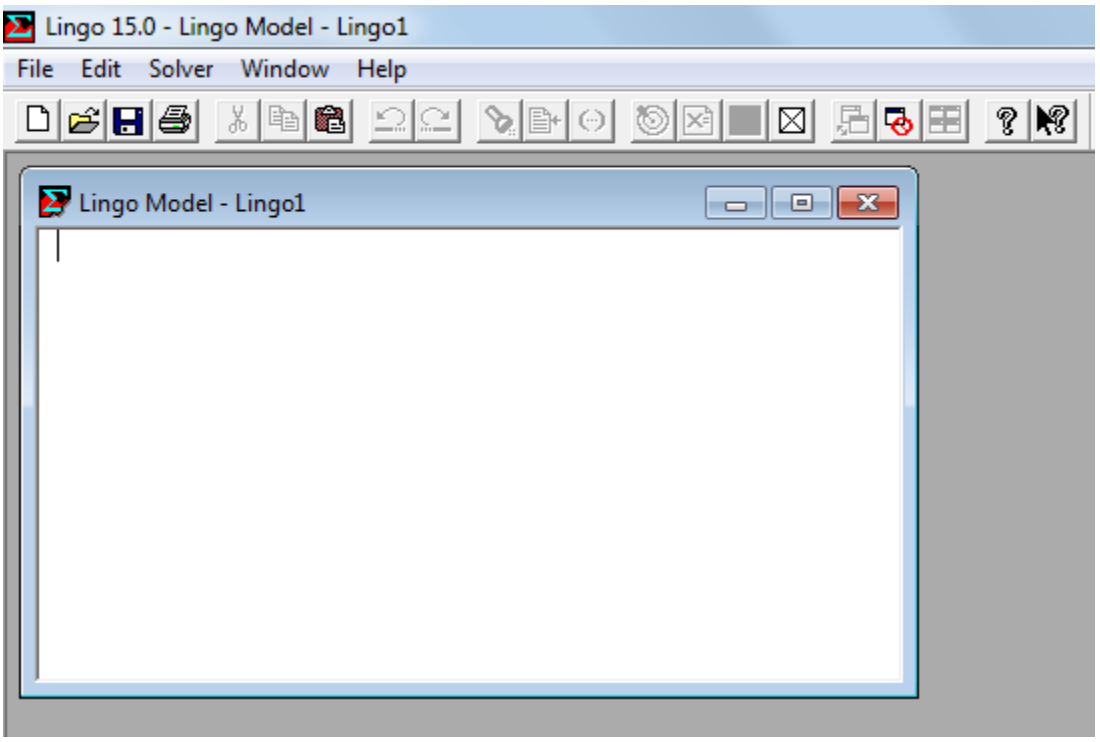
As funções de domínio impõem restrições adicionais às variáveis, determinando quais valores elas podem assumir. Eis alguns exemplos:

Função	Retorno
@bin(x)	x assume valores binários (0 ou 1)
@gin(x)	x assume apenas valores inteiros
@bnd(inferior,x,superior)	x assume valores entre um limite superior e um inferior

Acesse o programa Lingo 15.0, já previamente instalado em seu computador de trabalho, dando um duplo clique no ícone que aparece em sua área de trabalho, ou, clique no botão iniciar, na caixa de pesquisa disponível digite: Lingo 15 e clique no programa Lingo 15.0 que aparecerá no resultado da busca. A tela inicial apresentada será como mostra a figura a seguir:



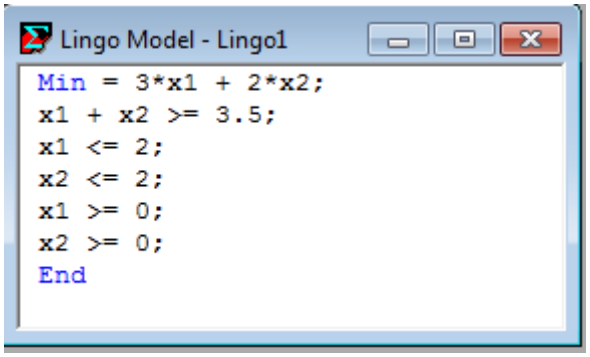
O Lingo apresenta, um conjunto de botões em um menu que aparece na parte superior de sua janela de trabalho, conforme figura apresentada no item anterior (5.2), clique no botão em que aparece uma folha em branco. Ao descansar o botão do mouse sobre o mesmo aparecerá a palavra New, a tela que segue é apresentada:



Clique no interior dessa caixa em branco que na verdade é um novo documento de trabalho para o Lingo e, utilizando os operadores e funções descritos nas orientações básicas do item 5.1, digite o seguinte PPL:

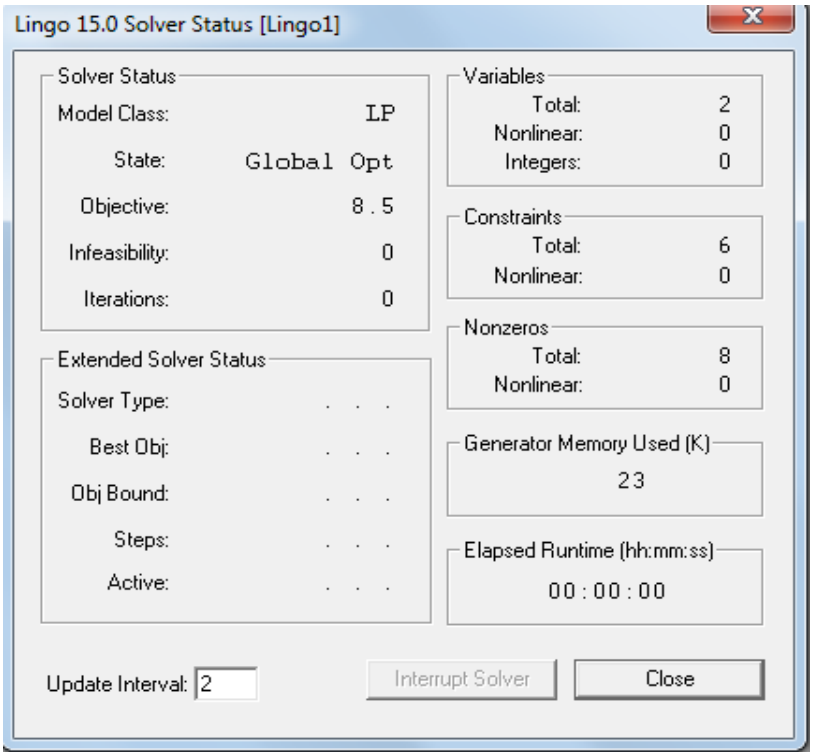
$$Min.\ Z = 3x_1 + 2x_2 \therefore \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3,5; \\ x_1 \leq 2; \\ x_2 \leq 2; \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

O problema anterior se apresentará da seguinte maneira na "linguagem Lingo":

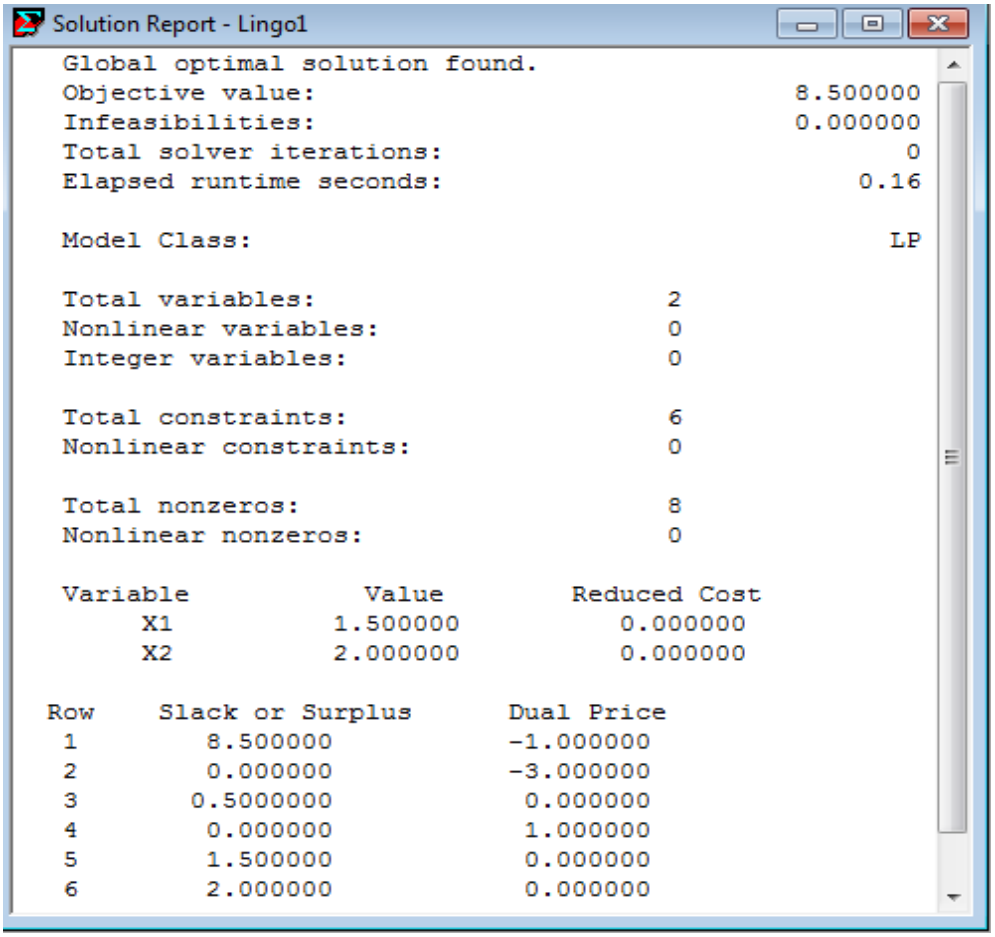


Clique no botão que aparece no menu, localizado na borda superior da janela de trabalho do Lingo, cujo símbolo é um alvo com flecha ao centro (botão **Solve**, 13º contando da esquerda para a direita). Duas novas telas irão surgir. Uma delas com os detalhes da resolução,

poderá ser fechada. Ela é apresentada na figura a seguir:



A outra tela que surge, contém a solução para o problema, a mesma é apresentada a seguir na figura. Atente para a discussão e interpretação do resultado apresentado, com o seu professor na aula.



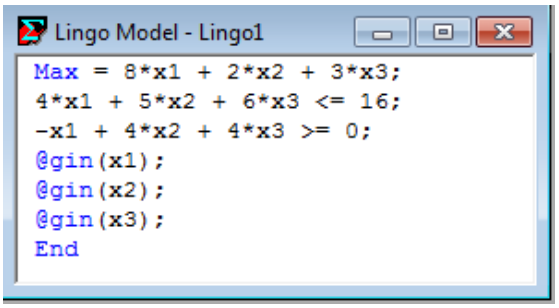
```
Solution Report - Lingo1

Global optimal solution found.
Objective value:                              8.500000
Infeasibilities:                              0.000000
Total solver iterations:                             0
Elapsed runtime seconds:                          0.16

Model Class:                                        LP

Total variables:                     2
Nonlinear variables:                 0
Integer variables:                   0

Total constraints:                   6
Nonlinear constraints:               0

Total nonzeros:                      8
Nonlinear nonzeros:                  0

Variable           Value        Reduced Cost
     X1          1.500000          0.000000
     X2          2.000000          0.000000

Row    Slack or Surplus      Dual Price
 1         8.500000          -1.000000
 2         0.000000          -3.000000
 3        0.5000000           0.000000
 4         0.000000           1.000000
 5         1.500000           0.000000
 6         2.000000           0.000000
```

6. Aula 04 – Utilizando o Lingo 15.0 para resolução de PPLI

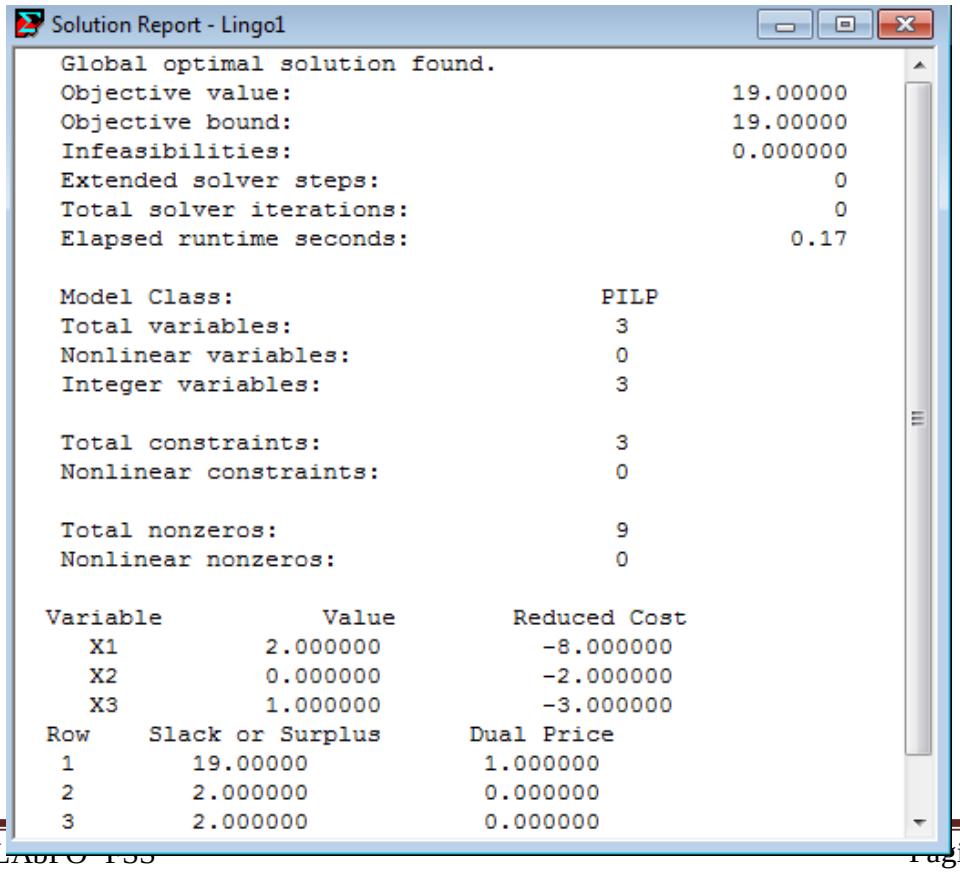
Abra um novo documento de trabalho no Lingo, seguindo as orientações da seção anterior itens 5.2 e 5.3. Neste novo documento, digite o seguinte Problema de Programação Linear Inteira (PPLI):

$$Max.\ Z = 8x_1 + 2x_2 + 3x_3 \therefore \begin{cases} 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \leq 16; \\ -x_1 + 4x_2 + 4x_3 \geq 0; \\ x_1, x_3, x_2 \in \mathbb{Z}_+ \end{cases}$$

Note que, para esse problema, a última restrição dada exige que, as variáveis de decisão assumam valores inteiros; isso também é conhecido como restrição de integridade. Utilize a função de domínio @gin(x) para atender a este critério. A tela do Lingo com o problema citado deverá ser a que segue na figura:



Clique no botão de título **Solve**, localizado na borda superior da janela de trabalho do Lingo, cujo símbolo é um alvo com flecha ao centro. Analise a tela de resposta que é apresentada. Acompanhe a discussão desse resultado com o professor na aula.



7. Aula 05 – Utilizando o Lingo 15.0 para resolução de PPNLM

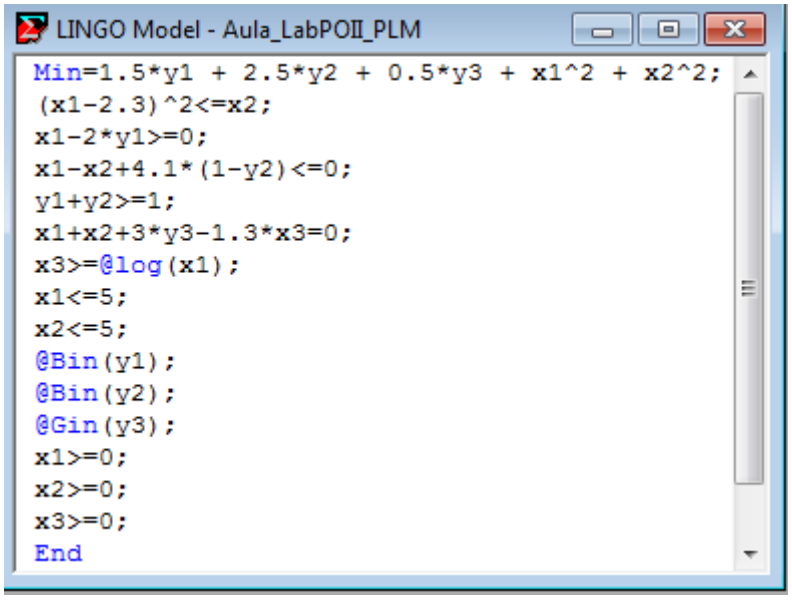
Nessa aula utilizaremos o software Lingo para resolver um Problema de Programação Não Linear Mista (PPNLM). Em um problema desse tipo, como o próprio nome diz, temos a presença de equações não lineares na função objetivo e/ou nas restrições; ademais as variáveis de decisão podem ser inteiras ou não e também podem assumir valores binários.

Abra um novo documento de trabalho no Lingo, seguindo as orientações da seção 5 itens 5.2 e 5.3. Neste novo documento, digite o seguinte Problema de Programação Não Linear Mista (PPNLM):

$$Min.\ Z = 1{,}5y_1 + 2{,}5y_2 + 0{,}5y_3 + x_1^2 + x_2^2$$

$$\therefore \begin{cases} (x_1 - 2{,}3)^2 \le x_2; \\ x_1 - 2y_1 \ge 0; \\ x_1 - x_2 + 4{,}1 \cdot (1 - y_2) \le 0; \\ y_1 + y_2 \ge 1; \\ x_1 + x_2 + 3y_3 - 1{,}3x_3 = 0; \\ x_3 \ge \ln(x_1); \\ x_1, x_2 \le 5; \\ x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}_+;\ y_1, y_2 \in \{0, 1\};\ y_3 \in \mathbb{Z}_+ \end{cases}$$

Note que, para esse problema, a última restrição dada exige que, algumas das variáveis de decisão assumam valores binários e outra assuma valor inteiro. Utilize as funções de domínio @bin(x) e @gin(x) para atender a estes critérios. A tela do Lingo com o problema citado deverá ser a que segue na figura:



Clique no botão de título **Solve**, localizado na borda superior da janela de trabalho do Lingo, cujo símbolo é um alvo com flecha ao centro. Analise a tela de resposta que é apresentada. Acompanhe a discussão

desse resultado com o professor na aula.

Atividade proposta:

Utilize o software Lingo 15.0 para resolver o seguinte problema:

Uma empresa planeja a execução de quatro projetos, mas tem restrições no orçamento disponível para obras nos períodos de execução. A tabela que se segue mostra os fluxos de caixa dos projetos, as rentabilidades de cada um e os limites orçamentários por período.
O objetivo da empresa é selecionar os projetos de forma a maximizar a rentabilidade total e respeitar os limites de orçamento.

	Fluxo de caixa			
Projeto	**Período 1**	**Período 2**	**Período 3**	**Rentabilidades**
A	4	6	6	40
B	4	6	10	20
C	6	8	4	15
D	8	4	10	30
Limite orçamentário	20	24	20	

Quais projetos devem ser escolhidos e qual a rentabilidade total obtida?

8. Aula 06 – Problema de transporte

Nessa aula, utilizaremos o MS Solver para resolver um problema de rede, especificamente, um problema de transporte. Inicialmente, vejamos o enunciado do referido problema:

A MG Auto possui três fábricas: uma em Los Angeles, uma em Detroit e outra em Nova Orleans, e duas grandes centrais de distribuição: uma em Denver e outra em Miami. As capacidades produtivas das três fábricas para o próximo trimestre são 1.000, 1.500 e 1.200 carros. As demandas trimestrais nas duas centrais de distribuição são 2.300 e 1.400 carros. As distâncias (milhas) entre as fábricas e as centrais, estão na tabela que segue:

	Denver	**Miami**
Los Angeles	1.000	2.690
Detroit	1.250	1.350
Nova Orleans	1.275	850

A empresa transportadora cobra U$ 0,08/milha por cada carro transportado. Os custos totais de transporte estão na tabela abaixo, em valores aproximados:

	Denver	**Miami**
Los Angeles	80	215
Detroit	100	108
Nova Orleans	102	68

Utilize a ferramenta Solver para realizar a programação desse transporte de carros, de tal forma que o custo seja mínimo.

Escreva o modelo matemático para o problema anterior, utilizando seus conhecimentos adquiridos no curso de Pesquisa Operacional I. Discuta com o professor, acerca do modelo proposto por você, para o problema.
Crie uma nova pasta de trabalho, realizando os procedimentos descritos na seção 2, item “e”. Para efeito didático, mantenha as mesmas linhas e colunas, conforme figura a seguir:

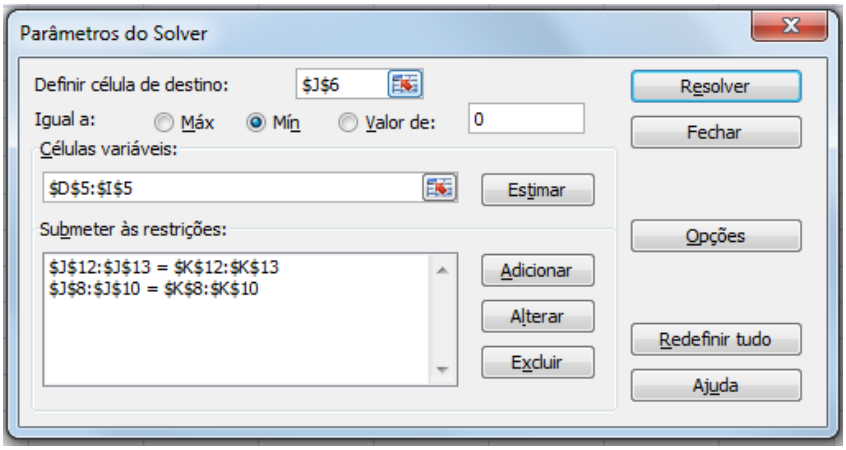
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
3											
4				x_{11}	x_{12}	x_{21}	x_{22}	x_{31}	x_{32}		
5											
6			C_{min}	80	215	100	108	102	68	0	
7											
8		Restrições de fornecimento		1	1	0	0	0	0	0	1000
9				0	0	1	1	0	0	0	1500
10				0	0	0	0	1	1	0	1200
11											
12		Restrições de capacidade		1	0	1	0	1	0	0	2300
13				0	1	0	1	0	1	0	1400

Agora, faremos a inserção das fórmulas necessárias para que o Solver realize os cálculos desejados. Para isso, em cada célula especificada no quadro a seguir, inserimos a fórmula sinalizada:

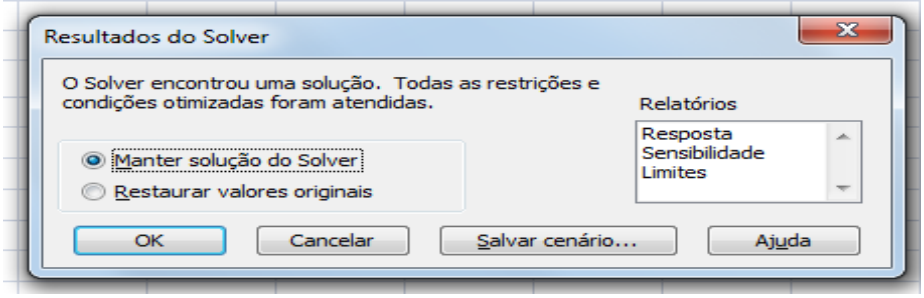
CAMPO	CÉLULA	FÓRMULA A SER INSERIDA
Valor da função objetivo	J6	=somarproduto(D6:I6;$D$5:$I$5)
Restrições	J8	=somarproduto(D8:I8; $D$5:$I$5)
	J9	=somarproduto(D9:I9; $D$5:$I$5)
	J10	=somarproduto(D10:I10;$D$5:$I$5)
	J12	=somarproduto(D12:I12;$D$5:$I$5)
	J13	=somarproduto(D13:I13;$D$5:$I$5)

Nosso próximo passo é realizar a programação do Solver. Clique na aba **Dados** e em seguida em **Solver**. Na janela **Parâmetros do Solver** inserimos as seguintes informações do modelo:

1. Definir célula de destino: $J$6 (sempre colocando a letra entre cifrões).
2. Igual a: Min.
3. Células variáveis: $D$5:$I$5 (células em amarelo).
4. Submeter às restrições: Usamos o comando **Adicionar** e inserimos (na caixa que se abre) a restrição de igualdade do modelo: $J$8:$J$10 = $K$8:$K$10 e $J$12:$J$13 = $K$12:$K$13.



Uma vez finalizado os passos anteriores, clicamos no comando **Resolver**, na janela que se abre marcamos (opcional) no item **Relatórios** todas as opções disponíveis. Clique em OK. Discuta com o professor em aula, sobre a solução apresentada.


Resultados do Solver
O Solver encontrou uma solução. Todas as restrições e condições otimizadas foram atendidas.
Relatórios
Resposta
Sensibilidade
Limites
Manter solução do Solver
Restaurar valores originais
OK
Cancelar
Salvar cenário...
Ajuda

Atividade proposta:

Utilize o MS Solver para resolver o seguinte problema de programação:

Três usinas de geração de energia elétrica com capacidades instaladas de 25 GWh, 40 GWh e 30 GWh fornecem eletricidade a três cidades. As demandas máximas, em termos de consumo, dessas três cidades são estimadas em 30 GWh, 35 GWh e 25 GWh. Os preços, em reais (R$), praticados no mercado por GWh vendido às cidades, são dados na tabela que segue:

	Cidade A	**Cidade B**	**Cidade C**
Usina 1	600	700	400
Usina 2	320	300	350
Usina 3	500	480	450

Durante o mês de agosto há um aumento de 20% no consumo em cada uma das três cidades, que pode ser satisfeito com a compra de fornecimento de eletricidade de uma outra rede, a uma taxa mais elevada, por R$ 1.000,00/GWh. Contudo, essa rede não está ligada à Cidade C. A empresa fornecedora deseja determinar o plano mais econômico para a distribuição e compra de energia adicional. Dessa forma, apresente uma solução, com base nas informações dadas no problema.

9. Referências

ANDRADE, Eduardo Leopoldino de. Introdução à Pesquisa Operacional: métodos e modelos para análises de decisões. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

TAHA, Hamdy A. Pesquisa Operacional: uma visão geral. 8. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2008.

JÚNIOR, Aloísio de C. Gomes; SOUZA, Marcone J. Freitas.Solver: Manual de referência. Minas Gerais: UFPO, Departamento de computação, 2004. Disponível em: < http://www.rodrigofernandez.com.br/ecomp/ref/manual_solver.pdf> Acesso em: 15 mar. 2016.

JÚNIOR, Aloísio de C. Gomes; SOUZA, Marcone J. Freitas. Lingo - Parte 1: Manual de referência. Minas Gerais: UFPO, Departamento de computação, 2004. Disponível em: <http://www.decom.ufop.br/marcone/Disciplinas/OtimizacaoCombinatoria/lingo_p.pdf> Acesso em: 15 mar. 2016.

SOUZA, Marcone J. Freitas; et al. Manual do Lingo com exercícios resolvidos de programação matemática. Minas Gerais: UFPO. Disponível em: <http://www.decom.ufop.br/marcone/Disciplinas/OtimizacaoCombinatoria/LINGO_ListaExercicios.pdf> Acesso em: 15 mar. 2016.

SACOMAN, Marco A. Rahal. Otimização utilizando GRG, Solver e Excel. São Paulo: Unesp, 2012. Disponível em: <http://www.abenge.org.br/CobengeAnteriores/2012/artigos/103911.pdf>. Acesso em 20 mar. 2016.

JESUS, João Batista de; FAVONI, Célio. O uso da ferramenta Solver do Excel na resolução de problemas de programação linear. Fatec - Jahu. Disponível em: <http://www.pucrs.br/famat/viali/graduacao/producao/po_2/material/apostilas/Arigo_Solver.pdf>. Acesso em 20 mar. 2016.